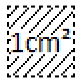
Les bases du calcul littéral

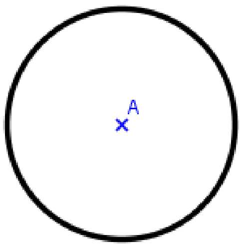
La longueur d'un cercle (son périmètre) dépend de son rayon. Cependant, une fois le rayon connu, le calcul est toujours le même.
On peut écrire ce calcul comme une formule, une expression, dans laquelle on utilise des lettres pour représenter les nombres qui manquent. Ces lettres s'appellent des inconnues ou des variables.

Le calcul littéral, c'est l'art de manipuler des expressions (des formules mathématiques) afin de les simplifier ou de mieux les utiliser.

I – Formulaire de géométrie

Rappel : - un périmètre est une longueur, on compte des 

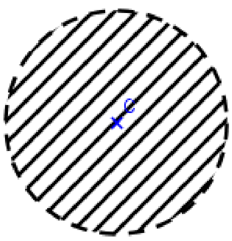
- une aire est une surface, on compte des 



Périmètre du cercle :

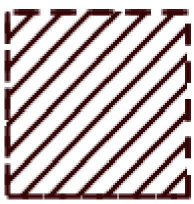
$$Périmètre = 2 \times \pi \times rayon$$
$$P = 2 \times \pi \times r$$

($\pi \approx 3{,}14$ est une constante)



Surface du disque :

$$Aire = \pi \times rayon \times rayon = \pi \times rayon^2$$
$$A = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$



Surface du rectangle :

$$Aire = Longueur \times largeur$$
$$A = L \times l$$

Surface du carré :

$$Aire = côté \times côté = côté^2$$
$$A = c \times c = c^2$$

Remarque : on peut donc écrire le périmètre d'un cercle en fonction du rayon. On peut écrire la surface d'un rectangle en fonction des dimensions.

Exercices 1 et 2 page 90
Exercices 6 et 7 page 90

II - Manipulations de base d'une expression littéral

1°) Simplifications d'écriture

Les mathématiciens ont choisi de ne pas écrire les multiplications devant les lettres et devant les parenthèses. Mais les multiplications sont toujours là !

$3 \times x$ s'écrira donc $3x$ et signifie toujours 3 multiplié par x

$3 \times (2+y)$ s'écrira $3(2+y)$

$3 \times a \times b$ s'écrira $3ab$

Remarques :

- x représente le terme qui contient 1 x, c'est à dire que $x = 1 \times x$
- $x + x = 2x$ à ne pas confondre avec $x \times x = x^2$

Exercice 18 et 19 page 91

2°) Réduire une expression

Réduire consiste à regrouper « ce qui compte les mêmes choses »

$3x + 5x = 8x$

$3x + 5y = ne\ se\ réduit\ pas$ car on ne compte pas la même « chose »

$3x^2 + 5x = ne\ se\ réduit\ pas$

$3x + 5 = ne\ se\ réduit\ pas$

Remarque : il s'agit en fait d'une factorisation (voir plus loin).

Exemple : réduis l'expression :

$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

Correction

$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$

$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$

$G = 3x^2 + 5x - 1$

Exercice 26 page 92

Exercice 9 page 90

3°) Évaluer une expression

Afin d'évaluer une expression pour certaines valeurs des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut souvent réécrire les multiplications sous-entendues. Il est conseillé d'écrire les nombres négatifs avec des parenthèses.

Énoncé

Calcule l'expression $A = 5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$.

Correction

$A = 5x(y + 2)$

$A = 5 \times x \times (y + 2)$

$A = 5 \times 3 \times (4 + 2)$

$A = 15 \times 6$

$A = 90$

Énoncé

Calcule l'expression $G = x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.

Correction

$G = x^3 + 3x^2 - x$

$G = (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - (-4)$

$G = -64 + 3 \times 16 + 4$

$G = -60 + 48$

$G = -12$

Exercices 35 et 36 page 93

III – Petit rappel d'équations

Exemple : $3x+7=22$ est un équation d'inconnue x

Elle est composée de deux membres séparés par le signe =

membre de gauche : $3x+7$

membre de droite : 22

On peut faire le calcul qu'on veut à condition de faire le même sur les deux membres.

C'est à dire :

- je peux ajouter ou soustraire ce que je veux, mais des deux côtés
- je peux diviser par ce que je veux mais des deux côtés

Dans l'exemple, on supprime le +7 de gauche :

$3x+7-7=22-7$ on a enlevé 7 des deux côtés.

$3x=15$

On supprime maintenant le 3 (on peut faire apparaître la multiplication) :

$\frac{3x}{3}=\frac{15}{3}$ on a divisé par 3 des deux côtés.

$x=5$

La solution est 5.

Exercices 1, 2 et 3 page 120

Pour aller plus loin :

Exercice 1 page 95 ; Exercices 1 et 5 page 125