

Équation du premier degré, inéquation, équation produit

I - Equation du premier degré (rappel du 1^{er} chapitre)

Exemple : $3x+7=22$ est un équation d'inconnue x

On dit qu'il s'agit d'une équation du premier degré car on a juste des x (puissance 1) et pas des x^2 ou plus.

Elle est composée de deux **membres** séparés par le signe =

membre de gauche : $3x+7$

membre de droite : 22

→ Exercice 5 page 90

→ Exercice 46 page 94

→ Exercice 50 page 94

Propriété :

On peut faire le calcul qu'on veut à condition de faire le même sur les deux membres.

C'est à dire :

- je peux ajouter ou soustraire ce que je veux, mais des deux côtés
- je peux diviser par ce que je veux mais des deux côtés

Dans l'exemple, on supprime le +7 de gauche :

$$\begin{array}{l} 3x+7-7=22-7 \\ 3x=15 \end{array} \text{ on a enlevé 7 des deux côtés.}$$

On supprime maintenant le 3 (on peut faire apparaître la multiplication) :

$$\begin{array}{l} \frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \\ x=5 \end{array} \text{ on a divisé par 3 des deux côtés.}$$

La solution est 5.

→ Exercices 1, 3, 5 et 10 page 120

→ Exercice 8 page 120

II - Inéquation

Une inéquation est composée d'une (ou plusieurs) inconnues et d'un signe de comparaison $< \leq > \geq$ (inférieur, inférieur ou égal, supérieur, supérieur ou égal)

$$\text{Ex : } 2a+4 \geq 13 \quad \text{ou} \quad 4y < 3y+1$$

Ex : je suis mineur si $\text{age} < 18 \text{ans}$. Je suis majeur si $\text{age} \geq 18 \text{ans}$.

Une inéquation se résout comme une équation, avec une difficulté supplémentaire :

On peut ajouter (ou soustraire) la même quantité des deux côtés. (comme équation)

On peut multiplier (ou diviser) des deux côtés par un nombre positif. (comme équation)

On peut multiplier (ou diviser) des deux côtés par un nombre négatif à condition de changer le sens de la comparaison. (Piège !)

Exemple : $-2x - 6 \leq 10$

$$-2x - 6 + 6 \leq 10 + 6$$

$$-2x \leq 16 \quad \text{on divise par } -2 \text{ qui est } \underline{\text{négatif}} \text{ donc}$$

$$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{16}{-2} \quad \text{on change la comparaison de sens}$$

$$x \geq -8$$

Les solutions sont tous les nombres plus grands que -8, et aussi -8.

Exemple 2 : $2x - 6 < 10$

$$2x - 6 + 6 < 10 + 6$$

$$2x < 16 \quad \text{on divise par } 2 \text{ qui est } \underline{\text{positif}}.$$

$$x < 8$$

Les solutions sont tous les nombres plus petits que 8, mais pas 8.

→ Exercices 17 et 18 page 121

→ Exercices 19 et 20 page 121

→ Exercice 21 page 121

III - Équation produit

Une équation produit est un produit (une multiplication) qui donne 0.

Exemple : $(x-7)(3x-6)=0$ est le produit de $(x-7)$ par $(3x-6)$ et vaut 0.

Pour résoudre une équation produit, on utilise la propriété :

Un produit est nul seulement si l'un des facteurs est nul.

En gros : « si une multiplication fait 0, c'est qu'il y a un 0 dedans ».

Exemple : résoudre $(x-7)(3x-6)=0$

Un produit est nul seulement si l'un des facteurs est nul.

$$\begin{array}{rcl} x-7 & = & 0 \\ x-7+7 & = & 0+7 \text{ OU} \\ x & = & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 3x-6 & = & 0 \\ 3x-6+6 & = & 0+6 \\ 3x & = & 6 \\ \frac{3x}{3} & = & \frac{6}{3} \\ x & = & 2 \end{array}$$

Les solutions sont 2 et 7

Remarques :

Une équation produit donne plusieurs solutions pour x

Quand on obtient deux fois la même solution, on parle de solution double.

→ Exercice 13 page 121

→ Exercice 16 page 121

Problèmes d'équations :

→ Exercice 37 page 122

→ Exercice 42 page 123

→ Exercice 49 page 124

→ Exercice 56 page 124

Pour aller plus loin :

→ Exercices 23 page 121 ; 46 page 123 ; 23 page 128