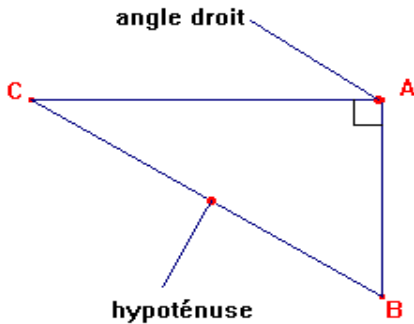


Triangle rectangle : calculer les longueurs

Introduction

Le triangle rectangle est la figure la plus utilisée en mathématiques, physique, techno,... On dispose de nombreux outils pour calculer ses caractéristiques (longueurs, angles).

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.



ABC est un triangle rectangle en A.

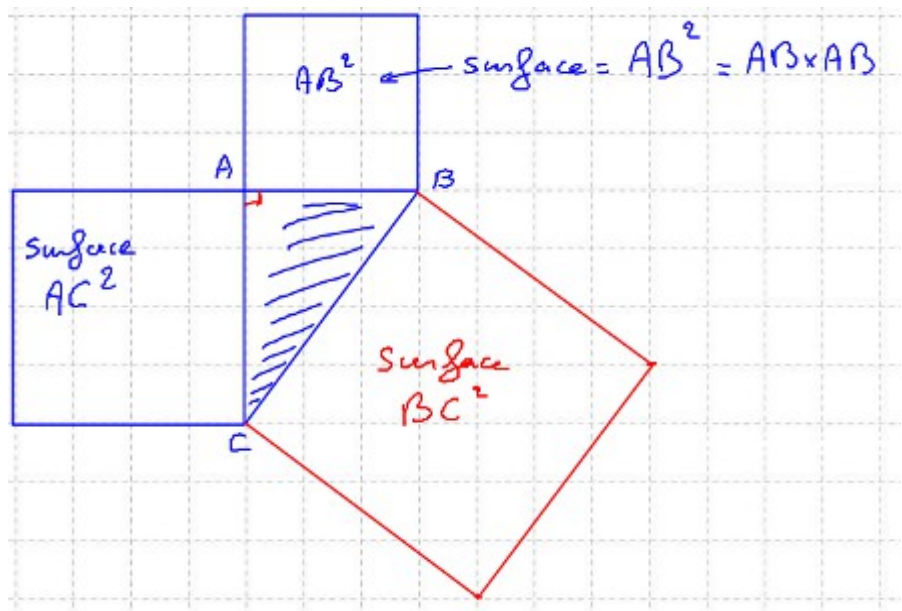
l'hypoténuse : c'est le côté en face de l'angle droit

propriété : l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle.

I - Le théorème de Pythagore

Ce théorème sert à calculer la longueur d'un côté du triangle rectangle quand on connaît les deux autres longueurs.

Dans un triangle rectangle, la surface du carré formé par l'hypoténuse vaut la somme des surface des carrés formés par les deux autres côtés.



(Ne pas recopier cette parenthèse, et bien compter les carreaux pour reproduire la figure)

Comme ABC est un triangle rectangle,
d'après Pythagore,
on a l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$

■ **Calculer la longueur de l'hypoténuse**

NIV est un triangle rectangle en V tel que $VI=4$ cm et $VN=5$ cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donne en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V. D'après le théorème de Pythagore, on a : $NI^2 = NV^2 + VI^2$

on remplace :

$$NI^2 = 5^2 + 4^2$$

$$NI^2 = 25 + 16$$

$$NI^2 = 51$$

ce qui donne :

$$NI = \sqrt{51} \text{ cm (valeur exacte)}$$

$$NI \approx 7,1 \text{ cm (à la calculatrice)}$$

■ **Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit**

RAS est un triangle rectangle en A tel que $RS = 9,7$ cm et $RA = 7,2$ cm. Calcule AS.

Correction

Le triangle RAS est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a : $RS^2 = RA^2 + AS^2$

on remplace

$$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$$

$$94,09 = 51,84 + AS^2$$

on extrait AS^2

$$AS^2 = 94,09 - 51,84$$

$$AS^2 = 42,25$$

ce qui donne

$$AS = \sqrt{42,25} \text{ cm.}$$

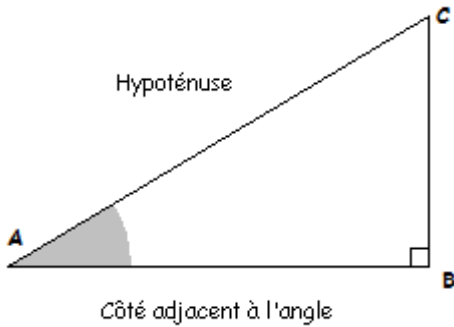
$$AS = 6,5 \text{ cm (calculatrice).}$$

Exercice 9 page 277

Exercice 14 page 278 (penser à faire un schéma par question)

II - Cosinus

1°) Définition



Dans le triangle ABC rectangle en B, on considère l'angle aigu \widehat{BAC}
Le côté [AC] s'appelle l'hypoténuse.
Le côté [AB] s'appelle le côté adjacent de l'angle A.
(adjacent = à côté de)

On constate que le quotient des longueurs $\frac{AB}{AC}$ ne dépend pas de la taille du triangle, mais uniquement de la valeur de l'angle \widehat{BAC}

Ce quotient est appelé **cosinus**, que l'on note « cos » :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{côté adjacent de l'angle}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC} \quad (\text{triangle rectangle uniquement!!})$$

c'est un nombre compris entre 0 et 1.

2°) Calculatrice

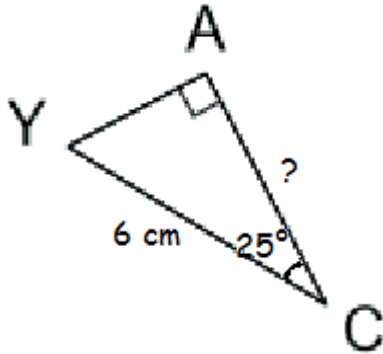
Pour obtenir le cosinus d'un angle on utilise la touche COS de la calculatrice.

Exemples : $\cos(0^\circ) = 1$ $\cos(30^\circ) \approx 0,87$ $\cos(45^\circ) \approx 0,71$
 $\cos(60^\circ) = 0,5$ $\cos(90^\circ) = 0$

Remarque : Si le cosinus de 90° ne donne pas 0, alors la calculatrice est mal réglée.

3°) Utilisation : calculer une longueur

Exemple 1 : calculer le côté adjacent



On veut calculer la longueur du côté [AC] de ce triangle :

Comme YAC est un triangle rectangle en A,

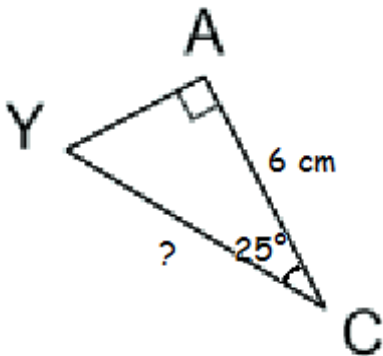
$$\cos(\widehat{C}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{YC}$$

on remplace : $\cos(25^\circ) = \frac{AC}{6}$

et par produit en croix : $AC = 6 \times \cos(25^\circ) \approx 5,4 \text{ cm}$

Exercice 49 page 281 (rappel : la somme des angles du triangle fait 180°)

Exemple 2 : calculer l'hypoténuse



On veut calculer la longueur de l'hypoténuse [YC] de ce triangle :

Comme YAC est un triangle rectangle en A,

$$\cos(\widehat{C}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{YC}$$

on remplace : $\cos(25^\circ) = \frac{6}{YC}$

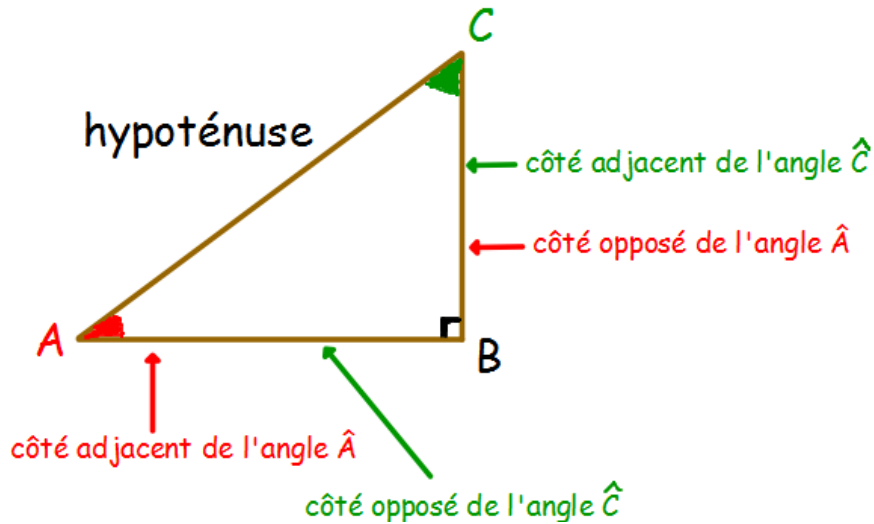
et par produit en croix : $YC = \frac{6}{\cos(25^\circ)} \approx 6,6 \text{ cm}$

Exercice 44 page 280

III - Sinus et tangente

Il existe des formules similaires au cosinus qui utilisent chaque fois deux des côtés du triangle rectangle.

On utilisera le vocabulaire suivant, qui **DEPEND DE L'ANGLE CHOISI** :



Exercice 32 et 33 page 279

Les formules sont :

$$\cosinus = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \sinus = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \text{tangente} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

(moyen mnémotechnique : CAHSOHTOA)

Dans notre exemple, on a donc :

$$\begin{aligned} \cos(\hat{A}) &= \frac{\text{adjacent de } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC} & \text{et} & \quad \cos(\hat{C}) = \frac{\text{adjacent de } \hat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CB}{CA} \\ \sin(\hat{A}) &= \frac{\text{opposé de } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CB}{CA} & \text{et} & \quad \sin(\hat{C}) = \frac{\text{opposé de } \hat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC} \\ \tan(\hat{A}) &= \frac{\text{opposé de } \hat{A}}{\text{adjacent de } \hat{A}} = \frac{CB}{AB} & \text{et} & \quad \tan(\hat{C}) = \frac{\text{opposé de } \hat{C}}{\text{adjacent de } \hat{C}} = \frac{AB}{CB} \end{aligned}$$

Exercice 38 p 280

Exercice 40, 41, 42 page 280

Exercice 48 page 281

Pour aller plus loin :

Exercice 1 page 283

Exercices 8 et 10 page 284

Exercice 16 page 285