

PUISSANCES

I - Puissance d'exposant positif

1°) Définition

Pour tout nombre entier positif n non nul, pour tout nombre relatif a (traduction : « n » représente un nombre sans virgule plus grand que 0, et « a » représente n'importe quel nombre),

le produit (la multiplication) $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$ s'écrit a^n

- . a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n »
- . a^n est la puissance n -ième de a .
- . « n » est appelé l'exposant.

Remarques :

- . Par convention $a^0=1$ et $a^1=a$
- . a^2 se dit « a au carré » et a^3 se dit « a au cube »

Exemples :

- . $4^3=4 \times 4 \times 4=64$
- . $(-4)^3=(-4) \times (-4) \times (-4)=-64$
- . $(-2)^4=(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)=+16$

→ Exercices 1, 2, 3 et 4 page 62

2°) Puissances de 10

Les puissances de 10 (et SEULEMENT de 10) sont faciles à calculer :

$$\begin{array}{l} 10^0 = 1 \\ 10^1 = 10 \\ 10^2 = 100 \\ 10^3 = 1\,000 \\ 10^6 = 1\,000\,000 \\ 10^9 = 1\,000\,000\,000 \end{array} \quad \text{« il y a autant de 0 que l'exposant »}$$

→ Exercices 21 et 22 page 63

II - Puissance d'exposant négatif

1°) Définition

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a :

$$\frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}} \text{ s'écrit } a^{-n}$$

Remarque : a^{-n} est l'inverse de a^n c'est à dire que $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\text{et en particulier } a^{-1} = \frac{1}{a}$$

→ Exercice 11 page 62

→ Exercice 14 page 62

→ Exercice 15 page 63

→ Exercice 19 page 63

2°) Puissances de 10

Les puissances de 10 (et SEULEMENT de 10) sont faciles à calculer :

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^{-6} = 0,000001$$

$$10^{-9} = 0,000000001$$

L'exposant donne le rang du « 1 » après la virgule.

→ Exercices 23 et 24 page 63

III - Notation scientifique

1°) Calculer avec des puissances de 10

Pour tous nombres entiers relatifs n et p (n et p représentent des nombres soit positifs soit négatifs, sans virgule), on a les formules suivantes :

$$10^n \times 10^p = 10^{n+p} \quad \frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p} \quad (10^n)^p = 10^{n \times p}$$

Exemples :

$$10^{42} \times 10^{-23} = 10^{42+(-23)} = 10^{19}$$

$$\frac{10^{-5}}{10^7} = 10^{-5-7} = 10^{-12}$$

Exercices 25, 26 et 27 page 63

2°) Multiples et sous-multiples d'une unité

Pour les nombres très grands ou très petits, on utilise des multiples de l'unité de référence.

1 kilo-mètre = 1 km = 1000 m = 10^3 m

« kilo » signifie mille

1 hecto-mètre = 1 hm = 100 m = 10^2 m

« hecto » signifie cent

1 déca-mètre = 1 dam = 10 m = 10^1 m

« déca » signifie dix

1 mètre = 1 m = 10^0 m

unité de référence

1 déci-mètre = 1 dm = 0,1 m = 10^{-1} m

« déci » signifie dixième

1 centi-mètre = 1 cm = 0,01 m = 10^{-2} m

« centi » signifie centième

1 milli-mètre = 1 mm = 0,001 m = 10^{-3} m

« milli » signifie millième

1 micro-mètre = 1 μ m = 0,000 001 m = 10^{-6} m

1 nano-mètre = 1 nm = 0,000 000 001 m = 10^{-9} m

Pour tous ces multiples, on peut remplacer mètre par « secondes », « grammes », « volts », etc.

→ Exercice 32 page 64

3°) La notation scientifique

Un nombre en écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$ Dans cette écriture :

- a est la précision (nombre à virgule entre 1 et 10, mais pas 10) ;
- n est l'ordre de grandeur.

Exemples :

> 300 000 km/s s'écrit donc 3×10^5

> 234 s'écrit $2,34 \times 10^2$

> 0,000056 s'écrit $5,6 \times 10^{-5}$

> 198,4 s'écrit $1,984 \times 10^2$

Quelques exemples tirés de la physique-chimie :

> 3×10^8 m/s c'est la vitesse de la lumière en mètres par secondes.

> $6,02 \times 10^{23}$ (nombre d'Avogadro) nombre d'atomes dans 1 gramme de carbone.

> $1,4 \times 10^{-9}$ m , exemple de taille (en mètre) d'un atome.

→ Exercices 33, 34 et 35 page 64

→ Exercices 38, 39 et 40 page 64

→ Exercice 10 page 66

Pour aller plus loin :

→ Exercice 19 page 67 ; 16 page 67 ; 22 page 68