

Théorème de Pythagore

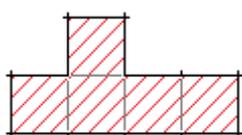
I - Carré et racine carrée

1°) Rappel : surface et longueur

Rappel :

– longueur : se mesure avec des $\underline{1\text{cm}}$
 \neq

– surface (aire) : se mesure avec des $\boxed{1\text{cm}^2}$



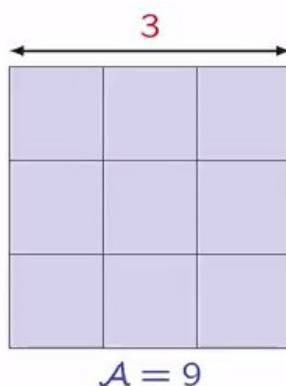
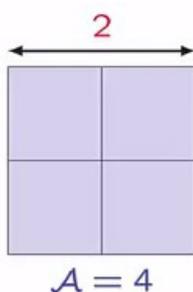
Pour cette figure :

$$\text{Périmètre (longueur)} = 12 \times \underline{1\text{cm}} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Surface (aire)} = 5 \times \boxed{1\text{cm}^2} = 5 \text{ cm}^2$$

2°) Définition géométrique

On s'intéresse au rapport entre la longueur du côté d'un carré et la surface de ce carré.



L'opération carré 2 permet de connaître la surface d'un carré dont on connaît le côté.

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

L'opération $\sqrt{\quad}$ permet de connaître le côté d'un carré dont on connaît la surface.

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

(voir aussi <https://www.youtube.com/watch?v=odhOXFppiA>)

3°) Définition numérique

Si a est un nombre positif, sa racine carrée se note \sqrt{a}

Définition : \sqrt{a} est le nombre positif tel que $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

c'est à dire que $(\sqrt{a})^2 = a$

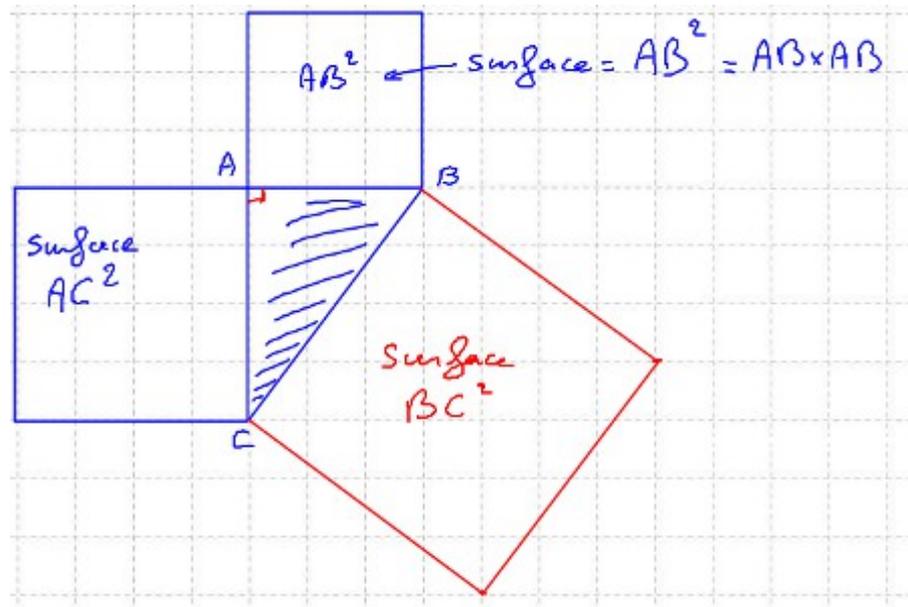
Exercices 1, 2, 4 page 277

II - Qu'est-ce que le théorème de Pythagore

Ce théorème sert à calculer la longueur d'un des côtés du triangle rectangle quand on connaît les longueurs des deux autres côtés.

Dans un triangle rectangle, la surface du carré formé par l'hypoténuse vaut la somme des surface des carrés formés par les deux autres côtés.

(Ne pas recopier cette parenthèse, et bien compter les carreaux pour reproduire la figure)



Comme ABC est un triangle rectangle,
d'après Pythagore,
on a l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$

De manière plus familière : « les deux petits carrés font le grand ».

On peut aussi obtenir les « petits » carrés :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad (\text{petit} = \text{grand} - \text{l'autre petit})$$

ou

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

Exercices 8, 9 et 10 page 277

III - Utilisation : comment rédiger

■ Calculer la longueur de l'hypoténuse

NIV est un triangle rectangle en V tel que $VI=4$ cm et $VN=5$ cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donne en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V. D'après le théorème de Pythagore, on a : $NI^2 = NV^2 + VI^2$

on remplace :

$$NI^2 = 5^2 + 4^2$$

$$NI^2 = 25 + 16$$

$$NI^2 = 41$$

ce qui donne :

$$NI = \sqrt{41} \text{ cm (valeur exacte)}$$

$$NI \approx 6,4 \text{ cm (à la calculatrice)}$$

■ Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit

RAS est un triangle rectangle en A tel que $RS = 9,7$ cm et $RA = 7,2$ cm. Calcule AS.

Correction

Le triangle RAS est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a : $RS^2 = RA^2 + AS^2$

on remplace

$$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$$

$$94,09 = 51,84 + AS^2$$

on extrait AS^2

$$AS^2 = 94,09 - 51,84$$

$$AS^2 = 42,25$$

ce qui donne

$$AS = \sqrt{42,25} \text{ cm.}$$

$$AS = 6,5 \text{ cm (calculatrice).}$$

Exercice 11 page 277

Exercice 14 page 278

Exercice 16 page 278

Exercice 20 page 278

Pour aller plus loin :

Exercices 1 page 283 ; 3 page 283 ; 32 page 288 ; 25 page 287