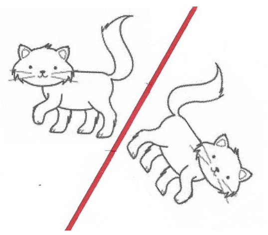
Les transformations :
SymétrieS, rotation, translation

I – Vue d'ensemble

Les transformations que nous allons étudier ici permettent de décrire le déplacement d'une figure. Comme la forme de la figure ne change pas, on dira de ces transformations qu'elles conservent* les alignements, qu'elles conservent* les longueurs (donc les milieux), qu'elles conservent* le parallélisme et qu'elles conservent* les angles.

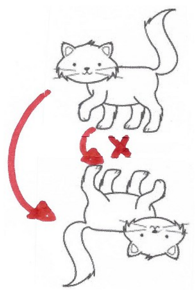
(* : conservent = ne modifie pas. Ce qu'on a dans la figure de départ, on l'a aussi dans la figure d'arrivée)



Symétrie axiale

On « plie » la feuille pour passer d'une figure à l'autre.

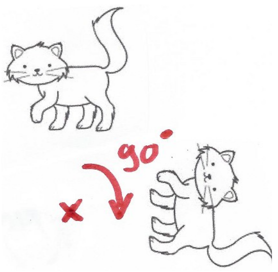
Élément important : l'axe de symétrie (« là où on plie »).



Symétrie centrale

La figure fait un demi-tour autour d'un point appelé centre de symétrie (la croix rouge sur la figure)

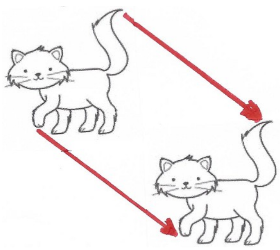
Élément important : le centre de symétrie.



La rotation

La figure tourne autour d'un point appelé centre de rotation. Dans notre exemple elle tourne de 90° (un quart de tour), mais tous les angles sont possibles.

Éléments importants : le centre de rotation et l'angle de rotation.



La translation

La figure « glisse » sans tourner.

Éléments importants : la direction et la distance de glissement. En pratique, on regardera le déplacement d'un point de la figure car tous les points font le même déplacement.

→ Exercice 3 page 255 : justifier en expliquant quelle transformation a été utilisée.

II – Construire l'image d'un point

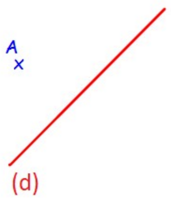
définition : IMAGE

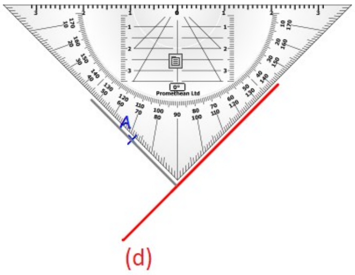
C'est le nom qu'on donne au résultat d'une transformation.

Pour obtenir l'image d'une figure, c'est à dire pour tracer la figure résultat, il suffit d'avoir l'image de quelques points importants.
Par exemple, pour avoir l'image d'un segment on cherchera les images de ses deux extrémités qu'on reliera.

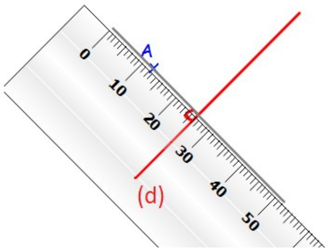
1°) Symétrique d'un point par rapport à un axe (symétrie axiale)

On veut construire A' qui est l'image du point A par la symétrie axiale d'axe (d) :
(d) sera donc la médiatrice du segment [AA']

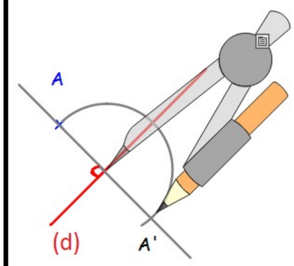




A l'équerre, on trace la perpendiculaire à (d) qui passe par A.



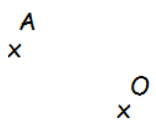
A la règle, on prolonge cette perpendiculaire.

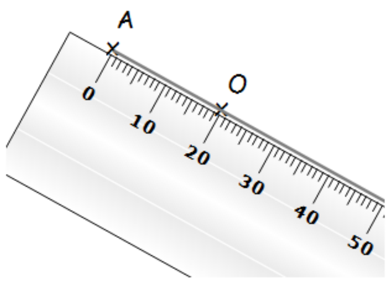


Au compas on reporte la distance entre A et l'axe.

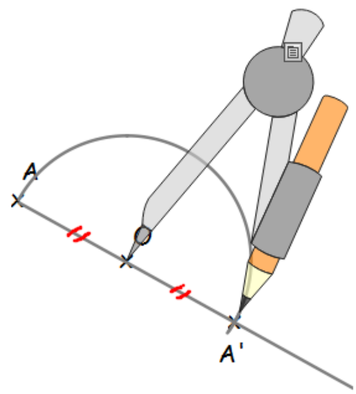
2°) Symétrique d'un point par rapport à un centre (symétrie centrale)

On veut construire A' qui est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O :
O sera donc le milieu du segment [AA']





A la règle, tracer la demi-droite d'origine A passant par le centre O.



Au compas reporter la longueur OA.

→ Exercices 1, 2, 5 page 255

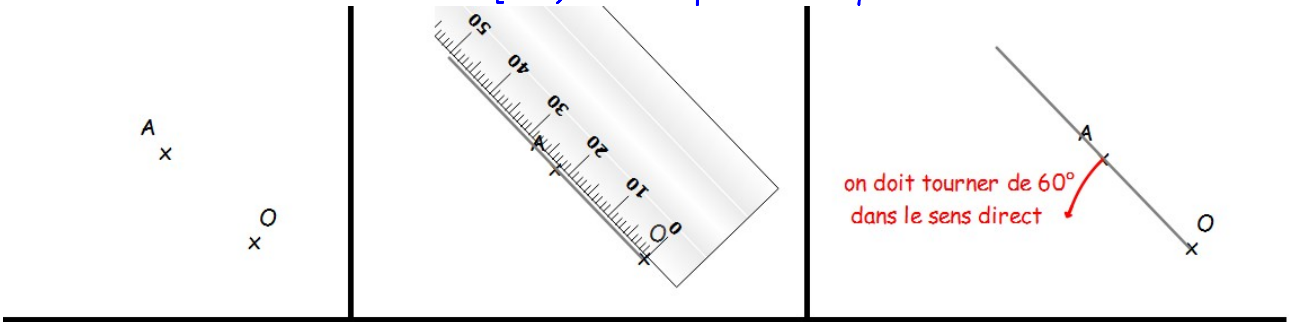
3°) Image d'un point par une rotation

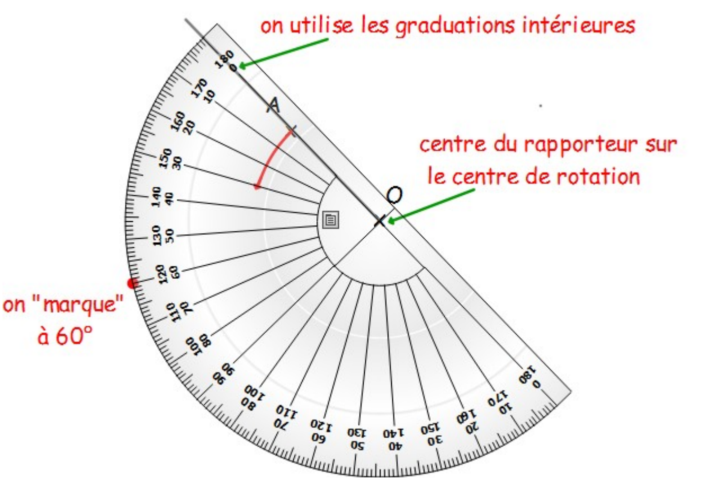
On veut construire A', l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens indirect.

Sens indirect = sens des aiguilles d'une montre 

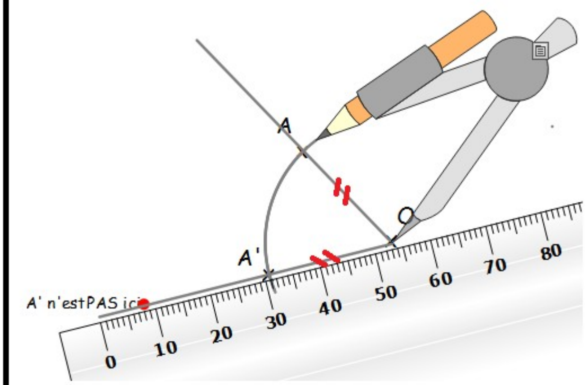
Sens direct = sens contraire des aiguilles d'une montre 

On trace d'abord la demi-droite [OA) et on repère dans quel sens il faut tourner.





On mesure les 60° de rotation



On reporte la longueur OA
car OA' = OA

Remarque : il n'y a aucune raison pour que A' soit « pile » sur le bord du rapporteur.

Propriétés :

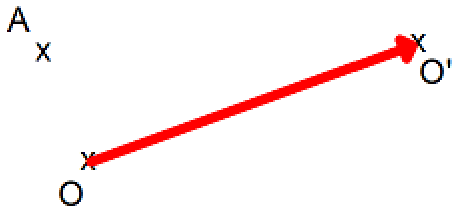
- la distance au centre ne change pas : OA' = OA
- l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure 60°

→ Exercices 26 et 32 pages 258-259

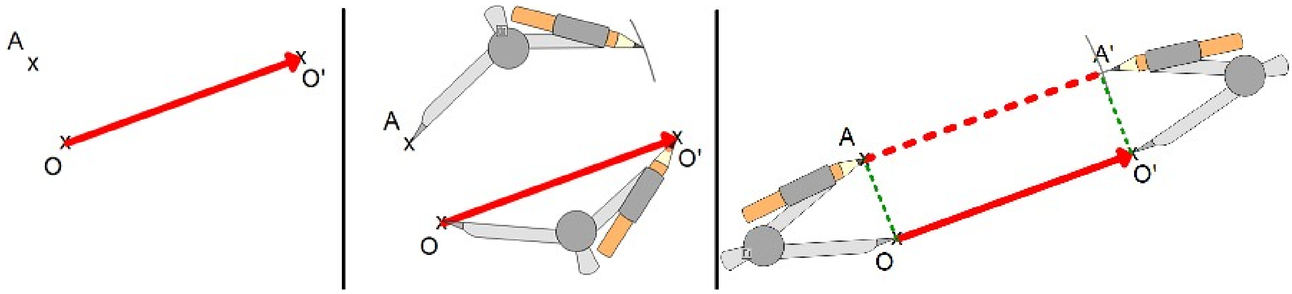
→ Exercice : tracer un triangle ABC tel que AB = 6cm, AC = 4cm et BC = 5,5 cm. Construire le triangle A'BC', image du triangle ABC par la rotation de centre B et d'angle 90° sens indirect.

4°) Image par une translation

On veut tracer A', l'image du point A par la translation qui transforme O en O'.



Puisque le chemin de A à A' doit être le même que celui de O à O', on en déduit que ces déplacements sont parallèles : (AA') // (OO') , et de même longueur : AA' = OO'.
Cela signifie que AOO'A' (attention à l'ordre des points) est un parallélogramme.



On construit le parallélogramme AOO'A' en reportant les longueurs au compas (voir fiche « Construction au compas »).

Propriétés : AOO'A' est une parallélogramme.
On a donc OO' = AA' et (OO') // (AA')
mais aussi OA = O'A' et (OA) // (O'A')

→ Exercices 33 page 259, 37 et 38 page 260

→ Exercice 4 page 255, 27 page 258 et 39 page 260
→ Exercice 20 page 264

Pour aller plus loin :
→ Exercice 35 page 166 (Géogebra)
→ Exercice 36 page 267 (dont Géogebra)
→ Exercice 38 page 268