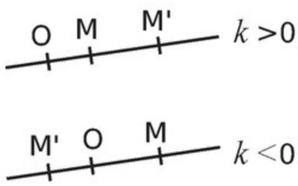
Homothétie

I - Définition

M' est l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport *k* (*k* étant un réel différent de 0) lorsque :



- $OM' = k \times OM$ si k est positif, et $OM' = -k \times OM$ si k est négatif
- si k est positif $M' \in [OM)$ et si k est négatif $O \in [MM']$

Remarques

- si *k* > 1 ou *k* < -1, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- si -1 < *k* < 1, la figure image est une réduction de la figure initiale.
- si *k* = 1, la figure image est la figure initiale se superposent.
- si *k* = -1 on a une symétrie centrale.

Déterminer une homothétie, c'est connaître son centre et son rapport.

→ Exercices 25, 26 et 27 page 302

II - Propriétés

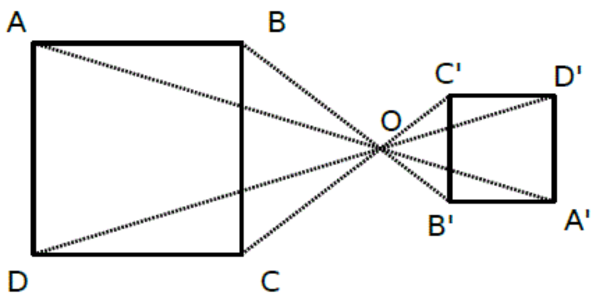
Par une homothétie de rapport *k*, l'image d'une droite est une droite parallèle.
Par une homothétie de rapport *k*, l'image d'un segment [MN] est un segment [M'N'] de longueur $k \times MN$ (ou $-k \times MN$ si *k* est négatif).

Remarque : l'image d'un triangle ABC par une homothétie de centre A est un triangle qui lui est semblable. On peut utiliser le théorème de Thalès !

Exemple :

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

Correction :



→ Exercices 29, 30, 31 et 33 page 303

Pour aller plus loin :
→ Exercice 32 page 303 ; exercice 28 page 308