

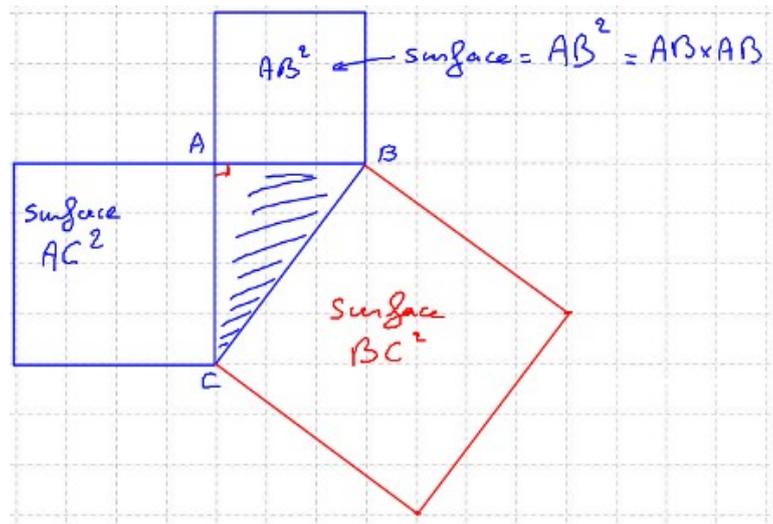
Théorème de Pythagore

I - Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, ce théorème sert à calculer la longueur d'un des côtés quand on connaît les des deux autres côtés.

Dans un triangle rectangle, la surface du carré formé par l'hypoténuse vaut la somme des surface des carrés formés par les deux autres côtés.



(Ne pas recopier cette parenthèse, et bien compter les carreaux pour reproduire la figure)

Comme ABC est un triangle rectangle,
d'après Pythagore,
on a l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$

De manière plus familière : « les deux petits carrés font le grand ».

On peut aussi obtenir les « petits » carrés :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad (\text{petit} = \text{grand} - \text{l'autre petit})$$

ou

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

→ Exercices 8, 9 et 10 page 277

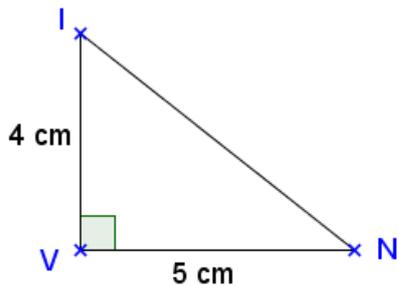
Réciproque du théorème de Pythagore

On pourra déterminer qu'un triangle est rectangle en vérifiant si l'égalité de Pythagore fonctionne.

II - Théorème de Pythagore : calculer une longueur
(ces exemples sont les exercices de test)

■ **Calculer la longueur de l'hypoténuse**

NIV est un triangle rectangle en V tel que $VI=4$ cm et $VN=5$ cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donne en une valeur arrondie au mm.



Correction

Le triangle NIV est rectangle en V. D'après le théorème de Pythagore, on a : $NI^2 = NV^2 + VI^2$

on remplace :

$$NI^2 = 5^2 + 4^2$$

$$NI^2 = 25 + 16$$

$$NI^2 = 41$$

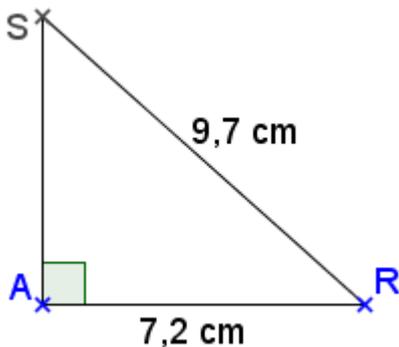
ce qui donne :

$$NI = \sqrt{41} \text{ cm (valeur exacte)}$$

$$NI \approx 6,4 \text{ cm (à la calculatrice)}$$

■ **Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit**

RAS est un triangle rectangle en A tel que $RS = 9,7$ cm et $RA = 7,2$ cm. Calcule AS.



Correction

Le triangle RAS est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a : $RS^2 = RA^2 + AS^2$

on remplace

$$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$$

$$94,09 = 51,84 + AS^2$$

on extrait AS^2

$$AS^2 = 94,09 - 51,84$$

$$AS^2 = 42,25$$

ce qui donne

$$AS = \sqrt{42,25} \text{ cm.}$$

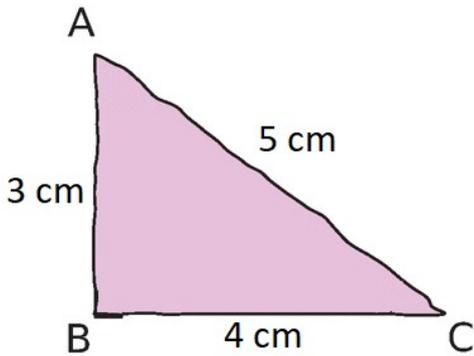
$$AS = 6,5 \text{ cm (calculatrice).}$$

- Exercice 11 page 277
- Exercice 14 page 278
- Exercice 16 page 278
- Exercice 20 page 278

III - Réciproque du théorème de Pythagore : prouver qu'un triangle est rectangles

■ Prouver qu'un triangle est rectangle

Le triangle ABC ci-dessous est-il un triangle rectangle ?



Correction

Le triangle ABC est-il rectangle ?

$$AB^2 = AB \times AB = 3 \times 3 = 9$$

$$AC^2 = AC \times AC = 5 \times 5 = 25$$

$$BC^2 = BC \times BC = 4 \times 4 = 16$$

les deux petits : $9 + 16 = 25$ font le grand.

Comme $AB^2 + BC^2 = AC^2$,
d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle ABC est rectangle en B.

→ Exercices 22 et 23 page 279

→ Exercice 28 page 279

Pour aller plus loin :

Exercices 1 page 283 ; 3 page 283 ; 32 page 288 ; 25 page 287