

Moyenne et médiane d'une série statistique

Les statistiques fournissent des outils mathématiques permettant d'appréhender rapidement de grande quantité de données. Parmi ces outils, la moyenne et la médiane sont deux façon d'estimer le « centre » d'une série statistique.

I - Moyenne et médiane : définition et calcul

Sarah a obtenu les notes suivantes : 12 ; 20 ; 13. On souhaite représenter ces résultats par un seul nombre.

1^{ère} approche : on décide de retirer des points aux meilleurs notes pour les mettre aux moins bonnes afin que toutes les notes soient égales. La note qu'on obtient alors s'appelle la **moyenne**.

On l'obtient en mettant tout en commun et en partageant équitablement :

Moyenne = (somme des valeurs) divisée par l'effectif total.

$$\text{Pour Sarah } \text{Moyenne}_{\text{Sarah}} = \frac{12+20+13}{3} = \frac{45}{3} = 15$$

2^{ème} approche : on décide de **classer** les notes puis d'appeler médiane une valeur qui coupe la série en deux groupes de même effectif. Ainsi, la moitié des notes seront plus grandes que la médiane, et la moitié des notes seront plus petites que la médiane.

Moyenne = nombre plus grand que la moitié des notes et plus petit que l'autre moitié des notes.

On classe les notes de Sarah : 12 ; 13 ; 20. La médiane est donc 13 (1 note plus basse, 1 note plus haute).

Exemple 2 : Luc a obtenu les notes 15, 15, 15 et 7.

$$\text{Moyenne : } \text{Moyenne}_{\text{Luc}} = \frac{15+15+15+7}{4} = \frac{52}{4} = 13$$

Médiane : on classe les notes : (7 ; 15) ; (15 ; 15). La médiane est entre 15 et 15, on prend 15.

Avantages de la moyenne : plus sensible et plus facile à calculer.

Avantage de la médiane : plus robuste aux valeurs extrêmes.

→ Exercices 15, 16 et 14 page 162-161, vous donnerez la moyenne **ET LA MEDIANE**.

→ Exercice 17 page 162

II - Calculer avec de grands effectifs (ou avec des coefficients)

Parfois les données sont trop nombreuses et on les représente dans un **tableau d'effectif**.

Exemple : pointure de pieds des élèves de la classe.

Pointure des élèves	39	40	41	42
Effectif	6	7	4	3

/! L'effectif total est de $6 + 7 + 4 + 3 = 20$ élèves interrogés.

Pour calculer la moyenne, la pointure 39 devra être comptée 6 fois, la pointure 40 devra être comptée 7 fois, ...

$$\text{Moyenne} = \frac{39 \times 6 + 40 \times 7 + 41 \times 4 + 42 \times 3}{6 + 7 + 4 + 3} = \frac{804}{20} = 40,2 \text{ de pointure moyenne.}$$

Interprétation : si les plus grands pieds pouvaient découper un bout de chaussure et en donner aux plus petits pieds, toute la classe chausserait du 40,2.

Le calcul de la médiane est plus ardu. Avec 20 élèves, il faut faire deux groupes de 10. En classant les pointures, la médiane sera entre la 10^{ème} et la 11^{ème} pointure.

Pour cela, on peut ajouter une ligne au tableau : les effectifs cumulés croissants, qui compte toutes les colonnes précédentes :

Pointure des élèves	39	40	41	42
Effectif	6	7	4	3
Effectif cumulé croissant	6	6+7 = 13	6+7+4 = 17	6+7+4+3 = 20

En classant les chaussures dans l'ordre croissant :

De la n°1 à la n°6 on a une pointure 39

De la suivante (n°7) à la n°13 on a une pointure 40

De la suivante (n°14) à la n°17 on a une pointure 41

De la suivante (n°18) à la n°20 on a une pointure 42

La 10^{ème} et la 11^{ème} sont des pointures 40, donc la médiane est de 40.

Interprétation : au moins la moitié des élèves font une pointure de 40 ou moins. Et la moitié des élèves ont une pointure de 40 ou plus grand.

→ Exercices 24 et 25 page 163, vous donnerez la moyenne **ET LA MEDIANE**.

→ Exercices 26, 27 et 29 page 163 (l'étendue est l'écart entre la plus grande et la plus petite valeur).