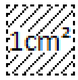
Les bases du calcul littéral

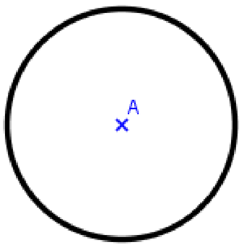
La longueur d'un cercle (son périmètre) dépend de son rayon. Cependant, une fois le rayon connu, le calcul est toujours le même.
On peut écrire ce calcul comme une formule, une expression, dans laquelle on utilise des lettres pour représenter les nombres qui manquent. Ces lettres s'appellent des inconnues ou des variables.

Le calcul littéral, c'est l'art de manipuler des expressions (des formules mathématiques) afin de les simplifier ou de mieux les utiliser.

I – Formulaire de géométrie

Rappel : - un périmètre est une longueur, on compte des 

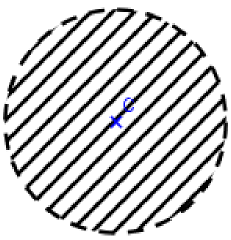
- une aire est une surface, on compte des 



Périmètre du cercle :

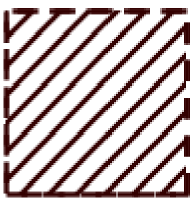
$$Périmètre=2\times\pi\times rayon$$
$$P=2\times\pi\times r$$

($\pi\approx3{,}14$ est une constante)



Surface du disque :

$$Aire=\pi\times rayon\times rayon=\pi\times rayon^2$$
$$A=\pi\times r\times r=\pi\times r^2$$



Surface du rectangle :

$$Aire=Longueur\times largeur$$
$$A=L\times l$$

Surface du carré :

$$Aire=côté\times côté=côté^2$$
$$A=c\times c=c^2$$

Remarque : on peut donc écrire le périmètre d'un cercle en fonction du rayon. On peut écrire la surface d'un rectangle en fonction des dimensions.

Exercices 1, 2 et 4 page 90
Exercices 7 et 8 page 90

II - Manipulation d'une expression littéral

1°) Simplifications d'écriture

Les mathématiciens ont choisi de ne pas écrire les multiplications devant les lettres et devant les parenthèses. Mais les multiplications sont toujours là !

$3\times x$ s'écrira donc $3x$ et signifie toujours 3 multiplié par x

$3\times(2+y)$ s'écrira $3(2+y)$

$3\times a\times b$ s'écrira $3ab$

Remarques :

- x représente le terme qui contient 1 x, c'est à dire que $x=1\times x$
- $x+x=2x$ à ne pas confondre avec $x\times x=x^2$

Exercices 16, 17, 20 page 91

Exercices 18 et 21 page 91

2°) Évaluer une expression

Afin d'évaluer une expression pour certaines valeurs des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut souvent réécrire les multiplications sous-entendues. Il est conseillé d'écrire les nombres négatifs avec des parenthèses.

Énoncé	Correction
Calcule l'expression $A = 5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$.	$A = 5x(y + 2)$ $A = 5 \times x \times (y + 2)$ $A = 5 \times 3 \times (4 + 2)$ $A = 15 \times 6$ $A = 90$
Calcule l'expression $G = x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.	$G = x^3 + 3x^2 - x$ $G = (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - (-4)$ $G = -64 + 3 \times 16 + 4$ $G = -60 + 48$ $G = -12$

Exercices 35 et 36 page 93

3°) Réduire une expression

Réduire consiste à regrouper « ce qui compte les mêmes choses »

$3x+5x=8x$

$3x+5y=ne\,se\,réduit\ pas$ car on ne compte pas la même « chose »

$3x^2+5x=ne\,se\,réduit\ pas$

$3x+5=ne\,se\,réduit\ pas$

Remarque : il s'agit en fait d'une factorisation (voir chapitre sur la factorisation).

Exemple : on veut réduire l'expression :

G = $5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$

Ce qui donne :

G = $5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$

G = $\mathbf{5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3}$

G = $\mathbf{3x^2 + 5x - 1}$

Exercices 22, 23, 24, 25 et 26 page 92

III - Tester une égalité

Une égalité comme $2x^2-5=x+10$ s'appelle une équation d'inconnue x

- le x à gauche de l'égalité est le même que celui à droite
- on va tester des valeurs pour x et vérifier si l'égalité est vraie ou non.

Il s'agit en fait d'une opération à trou où l'on a appelé x le trou.

Il faut calculer SEPAREMENT les deux parties de l'égalité.

Exemple 1 : tester le nombre 10

$2x^2-5$ pour $x=10$ devient $2\times10^2-5=2\times100-5=200-5=195$

$x+10$ pour $x=10$ devient $10+10=20$

Les résultats sont différents, le nombre 10 n'est pas solution de l'équation (égalité).

Exemple 2 : tester le nombre 3

$2x^2-5$ pour $x=3$ devient $2\times3^2-5=2\times9-5=18-5=13$

$x+10$ pour $x=3$ devient $3+10=13$

Les résultats sont égaux, le nombre 3 est solution de l'équation (égalité).

Exercices 47, 49 et 54 page 95

Pour aller plus loin :

Exercice 1 et 3 page 95 ; Exercices 12 et 13 page 97