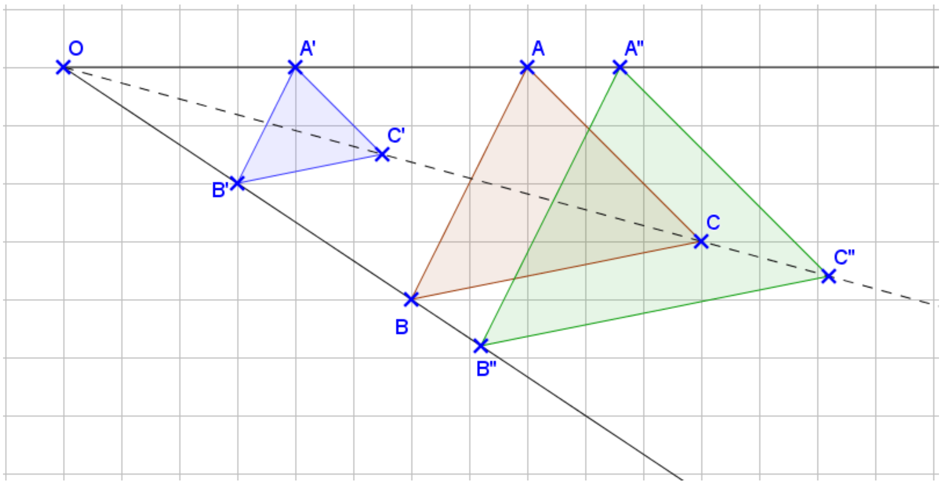
Homothétie : introduction

L'objectif de cette introduction est de produire cette figure :



Pour cela, voici un programme de construction.

Figure de base :

1- Sur une feuille quadrillée, placer le point O en haut à gauche.

2- Placer le point A à la même hauteur que le point O, 8 carreaux sur la droite.

3- En partant du point A, se déplacer de 3 carreaux à droite et 3 carreaux vers le bas. Nommer C le point d'arrivée.

4- En partant du point A, se déplacer de 2 carreaux vers la gauche et de 4 carreaux vers le bas. Nommer B ce point d'arrivée.

5- Tracer en rouge le triangle ABC.

6- Tracer en noir les demi-droites [OA) et [OB)

7- Tracer en pointillés noir la demi-droite [OC)

Triangle A'B'C'

8- Placer A', B', C' les milieux des segments [OA], [OB] et [OC].

9- Tracer en bleu le triangle A'B'C'

Triangle A"B"C"   (ça se lit « A seconde, B seconde, C seconde »)

10- Mesurer la longueur OA. A la calculatrice, multiplier cette longueur par 1,2.

11- Placer le point A" sur la demi-droite [OA) de sorte que OA" mesure 1,2 fois OA.

12- Placer de même le point B" sur [OB) de sorte que OB" = 1,2 x OB.

13- Placer de même le point C" sur [OC) de sorte que OC" = 1,2 x OC.

14- Tracer en vert le triangle A"B"C"

Questions au dos →

Question 1

A première vue, que peut-on supposer du triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ? Et pour le triangle A"B"C" ?

Question 2

A'B'C' est effectivement une réduction du triangle ABC, nous allons le prouver.

a) Combien vaut le rapport $\frac{OA'}{OA}$? Et le rapport $\frac{OB'}{OB}$?

b) Quelle propriété permet de conclure que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles ? Le rédiger correctement.

Puisque les droites (AB) et (A'B') sont parallèles, la propriété de Thalès permet de prouver que $\frac{A'B'}{AB}=\frac{1}{2}$

Comme $\frac{OC'}{OC}$ vaut lui aussi $\frac{1}{2}$, on peut avec le même raisonnement arriver aux conclusions suivantes :

(AC) // (A'C') (BC) // (B'C')

et surtout

$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{1}{2}$ ce qui signifie que le triangle A'B'C' est une réduction de rapport $\frac{1}{2}$ du triangle ABC.

Question 3

En vous aidant de la question 2, prouver que le triangle A"B"C" est un agrandissement de rapport 1,2 du triangle ABC.

Leçon

Ce type d'agrandissement par rapport à un point s'appelle une homothétie.

Une homothétie possède deux éléments caractéristiques :

- son rapport d'agrandissement (ou de réduction).
- son centre. Ici, c'est le point O.

On dit que le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$

Compléter la phrase :

On dit que le triangle A"B"C" est l'image …………………