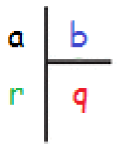
Nombres premiers

I - Rappels de vocabulaire

Rappel : nombre entier naturel = « positif sans virgule »

1°) Division euclidienne

On considère un nombre entier naturel a et un nombre entier non nul b.



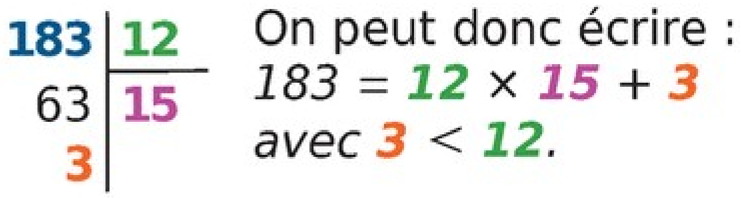
Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver les deux entiers q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

q s'appelle le quotient (entier).

r s'appelle le reste de la division euclidienne

Remarque : le couple (q ; r) est unique.

Exemple 1 : Effectuer la division euclidienne de 183 par 12.



2°) Vocabulaire, critères de divisibilité

Quand le reste de la division euclidienne de a par b est nul (donc quand r = 0), on dit :

b divise a	a est un multiple de b
b est un diviseur de a	a est divisible par b.

→ Exercices 21, 24 et 25 page 75

Pour savoir à l'avance si le reste d'une division est nul, on utilise les critères de divisibilité :

Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses « chiffres » est un multiple de 3.

Exemple : le nombre 3054

3054 est divisible par 2 car son chiffre des unités est parmi 0, 2, 4, 6, ou 8.

3054 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

3054 est divisible par 3 car 3+0+5+4 = 12 qui est un multiple de 3.

→ Exercices 43 et 45 page 76

II - Applications (utilisation)

1°) Nombre premier

Définition : un nombre premier est un nombre entier naturel qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarque : 1 n'est pas un nombre premier.

Les 10 premiers nombres premiers sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété :

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : 60 se décompose en 60 = 2 x 2 x 3 x 5. On notera $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

54 se décompose en 54 = 2 x 3 x 3 x 3. On notera $54 = 2 \times 3^3$

2°) Méthode de décomposition

Exemple avec le nombre 4680

On passe en revue les critères de divisibilité : par 2, par 5, par 3, …

Par 2 : 4680 = 2 x 2340

2340 = 2 x 1170

1170 = 2 x 585 et 585 n'est pas divisible par 2.

Par 5 : 585 = 5 x 117 et 117 n'est pas divisible par 5.

Par 3 : 117 = 3 x 39

39 = 3 x 13 et 13 est un nombre premier.

Bilan : $4680 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

→ Exercices 47, 50, 55 page 77

3°) Simplifier une fraction

Rappel : $\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$ on a simplifié la fraction $\frac{4}{6}$ pour obtenir $\frac{2}{3}$

Exemple plus complexe : simplifier la fraction $\frac{280}{448}$

on décompose : $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 5 \times 7$

$448 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^6 \times 7$

d'où : $\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$

→ Exercices 57 et 58 page 77

Pour aller plus loin

Exercice 12 page 79 ; exercice 13 page 79 ; exercice 6 page 79