

Nombres premiers

I - Rappels

Rappel : nombre entier naturel = « positif sans virgule »

1°) Vocabulaire

Quand la division du nombre a par le nombre b donne un nombre entier, on dit que :

b **divise** a

b est un **diviseur** de a

a est un **multiple** de b

a est **divisible** par b .

Mathématiquement, on dira plutôt que « le reste de la division euclidienne (sans virgule) de a par b est nul (vaut zéro) ».

Exemple : $24 \div 6 = 4$. Donc 6 et 4 sont des diviseurs de 24. Tandis que 24 est un multiple de 6 et de 4.

→ Exercices 21 et 22 page 75

2°) Critères de divisibilité

Pour savoir à l'avance si le reste d'une division est nul, on utilise les critères de divisibilité :

Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses « chiffres » est un multiple de 3.

Exemple : le nombre 3054

3054 est divisible par 2 car son chiffre des unités est parmi 0, 2, 4, 6, ou 8.

3054 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

3054 est divisible par 3 car $3+0+5+4 = 12$ qui est un multiple de 3.

→ Exercices 43 et 45 page 76

II - Les nombres premiers

1°) Définition

On dit d'un nombre entier naturel qu'il est **premier** s'il n'a exactement que **deux diviseurs** : **1 et lui-même**. Il s'agit des nombres « qui ne se divisent pas ».

Remarque importante : 1 n'est pas un nombre premier.

Il faut connaître par cœur les 10 plus petits nombres premiers :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

→ Exercices 46, 47, 48 et 50 page 77

2°) Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Propriété :

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : 60 se décompose en $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$. On notera $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

54 se décompose en $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$. On notera $54 = 2 \times 3^3$

Méthode : On passe en revue les critères de divisibilité : par 2, par 5, par 3, ...

Exemple avec le nombre 4680

Par 2 : $4680 = 2 \times 2340$ et 2340 se divise par 2

$= 2 \times 2 \times 1170$ et 1170 se divise par 2

$= 2 \times 2 \times 2 \times 585$ et 585 n'est pas divisible par 2.

Par 5 : $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 117$ et 117 n'est pas divisible par 5.

Par 3 : $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 39$ et 39 se divise par 3

$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 13$ Fin car 13 est un nombre premier.

Bilan : $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 13 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

→ Exercices 54 et 55 page 77

Pour aller plus loin

Exercice 12 page 79 ; exercice 6 page 79 ; exercice 24 page 81