Calcul littéral : Développer et réduire

L'objectif des techniques de ce chapitre est de pouvoir simplifier des expressions algébriques (des formules) en se débarrassant des parenthèses.

I - Réduire une expression

Réduire consiste à regrouper « ce qui compte les mêmes choses »

3x + 5x = 8x

3x+5y=ne se réduit pas car on ne compte pas la même « chose »

 $3x^2+5x = ne se réduit pas$

3x+5=ne se réduit pas

Remarque: il s'agit en fait d'une factorisation.

→ Exercice 24 page 92

II - Distributivité simple

Rappel de la propriété :

Soient k, a et b trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$
 et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Exemple:

Développe:

$$A = 3 (x + 7)$$

$$A = \frac{3}{3} \times (x + 7)$$
 $A = \frac{3}{3} \times x + \frac{3}{3} \times 7$
 $A = \frac{3}{3}x + \frac{21}{3}$

→ Exercices 17, 18 et 19 page 106

III - Application 1 : Supprimer des parenthèses

Prenons l'exemple de cette expression : B = $5x^2$ + (3x - 4) - $(2x^2 - 3)$ + 2x.

Au terme $5x^2$ on ajoute le groupe (3x - 4) puis on soustrait le groupe $(2x^2 - 3)$ avant d'ajouter 2x.

Règle:

- > une parenthèse précédée d'un + est en fait multipliée par +1. S'il n'y a pas d'autre multiplication on peut simplement retirer les parenthèses.
- > une parenthèse précédée d'un est en fait multipliée par -1. On peut distribuer ce -1 dans la parenthèses en prenant l'opposé de chaque terme.

Dans notre exemple :

- + (3x 4) peut se réécrire simplement 3x 4
- $-(2x^2-3)$ demande de prendre les opposés : $-2x^2+3$

En fait, cette expression est une écriture simplifiée de B = $5x^2 + 1 \times (3x - 4) - 1 \times (2x^2 - 3) + 2x$.

Ce qui donne:

$$B = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$$

$$B = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$$

$$B = 3x^2 + 5x - 1$$

→ Exercices 27, 28 et 29 page 92

III - Application 2 : double distributivité

Propriété de la double distributivité

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d:

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

■ Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :

$$D = (3x + 1)(y + 4).$$

■ Énoncé

Développe et simplifie l'expression suivante :

$$E = (3x - 1)(y - 4).$$

Correction

$$D = (3x + 1)(y + 4).$$

$$D = 3x \times y + 3x \times 4 + 1 \times y + 1 \times 4$$

$$D = 3xy + 12x + y + 4$$

Correction

$$D = (3x - 1)(y - 4).$$

$$D = 3x \times y + 3x \times (-4) - 1 \times y - 1 \times (-4)$$

$$D = 3xy - 12x - y + 4$$

 \rightarrow Exercices 32, 33 et 36 page 107

Exercices mixtes:

→ Exercices 39 et 41 page 107

Pour aller plus loin:

→ Exercice 40 page 107; Exercice 3 page 109