

Nombres premiers

I - Rappels de vocabulaire

Rappel : nombre entier naturel = « positif sans virgule »

1°) Division euclidienne

On considère un nombre entier naturel a et un nombre entier non nul b .

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array}$$
 Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver les deux entiers q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$.
 q s'appelle le quotient (entier).
 r s'appelle le reste de la division euclidienne

Remarque : le couple $(q ; r)$ est unique.

Exemple 1 : Effectuer la division euclidienne de 183 par 12.

$$\begin{array}{r|l} 183 & 12 \\ 63 & 15 \\ 3 & \end{array}$$
 On peut donc écrire :
 $183 = 12 \times 15 + 3$
avec $3 < 12$.

2°) Vocabulaire, critères de divisibilité

Quand le reste de la division euclidienne de a par b est nul (donc quand $r = 0$), on dit :

b **divise** a

b est un **diviseur** de a

a est un **multiple** de b

a est **divisible** par b .

→ Exercices 21 et 28 page 75

Pour savoir à l'avance si le reste d'une division est nul, on utilise les critères de divisibilité :

Un nombre entier est divisible par **2**

si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par **5**

si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par **3**

si la somme de ses « chiffres » est un multiple de 3.

Exemple : le nombre 3054

3054 est divisible par 2 car son chiffre des unités est parmi 0, 2, 4, 6, ou 8.

3054 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

3054 est divisible par 3 car $3+0+5+4 = 12$ qui est un multiple de 3.

→ Exercice 43 page 76 **SANS CALCULATRICE**

II - Applications (utilisation)

1°) Nombre premier

Définition : un **nombre premier** est un nombre entier naturel qui n'a que **deux diviseurs** : **1 et lui-même**.

Remarque : 1 n'est pas un nombre premier.

Les 10 premiers nombres premiers sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

→ Exercices 47 et 50 page 77

2°) Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : 60 se décompose en $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$. On notera $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

54 se décompose en $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$. On notera $54 = 2 \times 3^3$

Voici une méthode de décomposition du nombre 4680

On passe en revue les critères de divisibilité : par 2, par 5, par 3, ...

Par 2 : $4680 = 2 \times 2340$

$2340 = 2 \times 1170$

$1170 = 2 \times 585$ et 585 n'est pas divisible par 2.

Par 5 : $585 = 5 \times 117$ et 117 n'est pas divisible par 5.

Par 3 : $117 = 3 \times 39$

$39 = 3 \times 13$ et 13 est un nombre premier.

Bilan : $4680 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

→ Exercices 55 et 56 page 77

3°) Simplifier une fraction

Rappel : $\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$ on a simplifié la fraction $\frac{4}{6}$ pour obtenir $\frac{2}{3}$

Exemple plus complexe : simplifier la fraction $\frac{280}{448}$

on décompose : $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 5 \times 7$

$448 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^6 \times 7$

d'où : $\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$

→ Exercices 57 et 58 page 77

Pour aller plus loin

Exercice 45 page 76 ; Exercice 12 page 79 ; exercice 13 page 79 ; exercice 6 page 79