

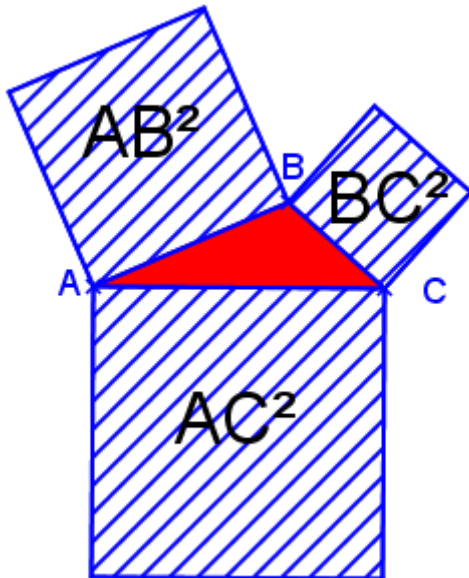
# Égalité de Pythagore

## Histoire d'un théorème et de sa réciproque

### I - Qu'est-ce que l'égalité de Pythagore ?

Pythagore est un philosophe grec ayant vécu cinq siècles avant Jésus Christ, et a découvert une équivalence\* entre la nature d'un triangle et la somme de carrés.

(\* équivalence: qui a la même valeur ou fonction. En gros, « c'est la même ».)



(ne pas copier cette parenthèse, et bien respecter la disposition des textes et des images quand vous recopiez)

La figure utilisée est celle-ci : un triangle dont on utilise les côtés pour construire 3 carrés.

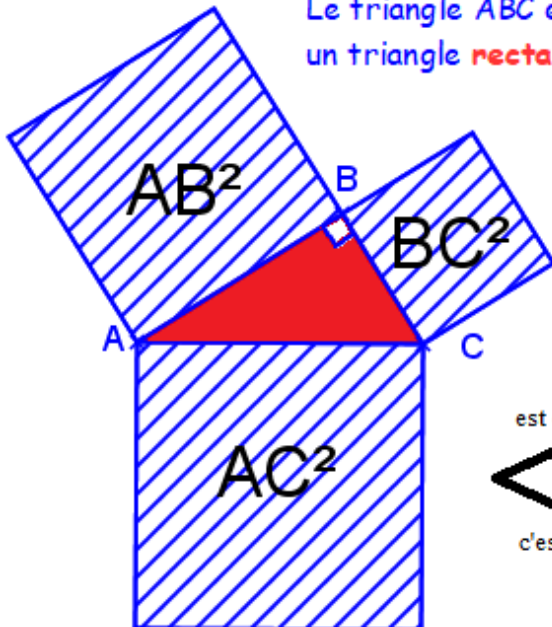
La triangle rouge s'appelle ABC.

Avec son côté [AB] on a construit un carré dont la surface vaut  $AB \times AB$ , c'est à dire  $AB^2$

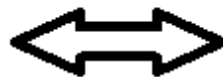
On construit de même  $BC^2$  et  $AC^2$ .

Pythagore a découvert l'équivalence suivante :

Le triangle ABC est un triangle **rectangle**



est équivalent à



c'est pareil que

Les deux petits carrés font le grand

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

les deux petits

le grand

→ Exercices 8 et 9 page 277

## II - Démontrer qu'un triangle est un triangle rectangle... ou pas.

Pré-requis : il est nécessaire de connaître les longueurs des trois côtés du triangle.

A partir de ces trois longueurs, on va calculer les carrés et vérifier l'égalité de Pythagore. Cette façon de faire s'appelle la « réciproque du théorème de Pythagore ».

Exemple : ABC est un triangle tel que  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 5\text{cm}$  et  $BC = 4\text{cm}$ . ABC est-il un triangle rectangle ?

On calcule les 3 carrés :

$$AB^2 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$AC^2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$BC^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{Les deux petits : } AB^2 + BC^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\text{font le grand : } AC^2 = 25$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est un triangle rectangle en B.

Pourquoi en B ? Parce que le grand côté [AC] est l'hypoténuse, en face de l'angle droit dont le sommet est B.

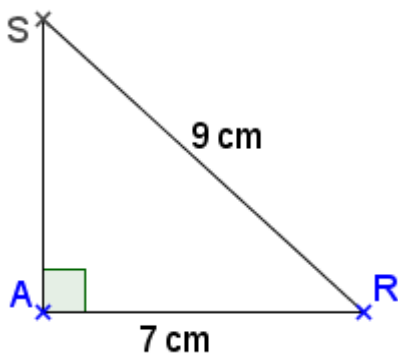
→ Exercices 22, 23, 24 et 25 page 279

## III Calculer le 3<sup>ème</sup> côté d'un triangle rectangle

Pré-requis : il est nécessaire d'avoir un triangle rectangle dont on connaît 2 côtés.

Comme le triangle est rectangle, on peut écrire l'égalité de Pythagore qui sera une égalité à trou. Cette façon de faire s'appelle le « théorème de Pythagore ».

Exemple : calculons AS dans le triangle RAS.



RAS est un triangle rectangle, son hypoténuse est [RS] et c'est le plus grand côté.

On peut écrire l'égalité de Pythagore :

$$AS^2 + AR^2 = RS^2$$

$$AS^2 + 7 \times 7 = 9 \times 9$$

$$AS^2 + 49 = 81$$

$$\text{On extrait } AS^2 = 81 - 49 = 32$$

$$\text{ce qui donne } AS = \sqrt{32} \approx 5,7 \text{ cm}$$

→ Exercices 10, 13 et 17 pages 277-278

→ Exercices 16 et 20 page 278

---

Pour aller plus loin :

Exercices 32 page 288 ; 1 page 283 ; 3 page 283 ; 25 page 287