

## Nombres premiers

### I - Notion de diviseur

*Rappel : nombre entier naturel = « positif sans virgule »*

Quand la division du nombre entier  $a$  par le nombre entier  $b$  donne un nombre entier, on dit que :

$b$  **divise**  $a$

$b$  est un **diviseur** de  $a$

$a$  est un **multiple** de  $b$

$a$  est **divisible** par  $b$ .

Exemple :  $24 \div 6 = 4$ . Donc 6 et 4 sont des diviseurs de 24. Tandis que 24 est un multiple de 6 et de 4.

Par contre,  $24 \div 7 \approx 3,4...$  donc 7 n'est pas un diviseur de 24.

### Critères de divisibilité

Pour savoir à l'avance si le reste d'une division est nul, on utilise les critères de divisibilité :

Un nombre entier est divisible par **2**  
si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par **5**  
si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par **3**  
si la somme de ses « chiffres » est un multiple de 3.

Exemple : le nombre 3054

3054 est divisible par 2 car son chiffre des unités est parmi 0, 2, 4, 6, ou 8.

3054 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

3054 est divisible par 3 car  $3+0+5+4 = 12$  qui est un multiple de 3.

→ Exercices 21 page 75

→ Exercices 43 et 45 page 76

### II - Les nombres premiers

#### 1°) Définition

On dit d'un nombre entier naturel qu'il est **premier** s'il n'a exactement que **deux diviseurs** : **1 et lui-même**. Il s'agit des nombres « qui ne se divisent pas ».

Remarque importante : **1 n'est pas un nombre premier**.

Il faut connaître par cœur les 10 plus petits nombres premiers :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

→ Exercices 46, 48 et 50 page 77

## 2°) Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Propriété :

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : 60 se décompose en  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ . On notera  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

54 se décompose en  $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ . On notera  $54 = 2 \times 3^3$

Remarque importante : pour éviter d'écrire plusieurs fois la même multiplication, les mathématiciens ont inventé la notation de puissance.

Par exemple, au lieu d'écrire  $\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 \text{ facteurs}}$  on écrit  $3^7$ .

Du coup,  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$

## 3°) Algorithmique (technique de décomposition)

On essaie les divisions par les nombres premiers uniquement (n'oublie pas les critères de divisibilité pour aller plus vite !)

	colonne des diviseurs (uniquement des nombres premiers)
4680	2
2340	2
1170	2
585	5
117	3
39	3
13	13
1	← on arrive à 1, c'est fini

Bilan :  $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 13 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

→ Exercices 54 et 55 page 77

---

Pour aller plus loin

Exercice 12 page 79 ; exercice 6 page 79 ; exercice 24 page 81