

Mathématiques
Thème : Fonctions affines et linéaires

Objectifs :

- Découvrir la représentation graphique d'une fonction affine / une fonction linéaire
- Etudier l'impact des coefficients

Dans cette séquence tu vas rencontrer plusieurs mots spécifiques du langage des fonctions. Certains ne te sont pas inconnus, d'autres seront introduits dans cette séquence.

Vocabulaire : « en fonction de... »; **Image ; antécédent ; Tableau de valeurs ; représentation graphique ; abscisse ; ordonnée** ; coefficient directeur ; ordonnée à l'origine.

Attention, les mots en caractère gras doivent être déjà maîtrisés... Si ce n'est pas le cas, cherche les définitions des mots que tu ne connais pas et écris-les ci-dessous :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Cette vidéo peut t'aider à comprendre à nouveau ce qui a déjà été vu :

<https://www.youtube.com/watch?v=9DPvnj6Cl78>

Et si la vidéo de révision va trop vite (ne pas hésiter à mettre en pause) :

<https://www.youtube.com/watch?v=KoY4tmEILQ&t=0s>

Quelques liens vidéo pour comprendre les notions abordées dans ce cours :

Fonctions linéaires :

https://www.youtube.com/watch?time_continue=0&v=I5WNPrrprdw&feature=emb_title

Fonctions affines :

https://www.youtube.com/watch?time_continue=0&v=gzKaVOM3hDY&feature=emb_title

I - Fonctions : programme de calcul

On considère la fonction f dont le programme de calcul est le suivant :

fonction f

- . Choisir un nombre
- . Le multiplier par 2
- . Ajouter 3
- . Ecrire le résultat

Si on choisit le nombre 1

On le multiplie par 2 ce qui donne $2 \times 1 = 2$

On ajoute 3 ce qui donne $2 + 3 = 5$

On a le résultat : 5

En utilisant ce programme, on peut choisir plusieurs nombres (antécédents, notés x), et calculer différents résultats (images, notées $f(x)$) permettant de construire ce tableau :

x	0	1	2	4
$f(x)$	3	5	7	9

Activité 1 : construire un tableau de valeur à partir d'un programme de calcul

Voici 3 programmes de calcul :

fonction g

- . Choisir un nombre
- . Le multiplier par 2
- . Ajouter 1
- . Ecrire le résultat

fonction m

- . Choisir un nombre
- . Le multiplier par 0,5
- . Ajouter 3
- . Ecrire le résultat

fonction q

- . Choisir un nombre
- . Le multiplier par -1
- . Soustraire 1
- . Ecrire le résultat

Choisi **l'un** de ces programmes de calcul.

Ecris le nom choisi dans la deuxième ligne du tableau ci-contre.

Complète ensuite le tableau en effectuant les calculs donnés par le programme.

(vérification/correction dans l'activité 3)

x	0	1	2	4
...(x)				

II – Fonctions : expression algébrique (formule)

Une fonction peut aussi être représentée par une formule, appelée expression algébrique.

fonction f

- . Choisir un nombre
- . Le multiplier par 2
- . Ajouter 3
- . Ecrire le résultat

Si on choisit le nombre x

On le multiplie par 2 ce qui donne $2 \times x = 2x$

On ajoute 3 ce qui donne $2x + 3$

On a le résultat : 5

On notera : $f(x) = 2x + 3$ l'expression algébrique de f

Cette expression algébrique donne les mêmes résultats que le programme de calcul :

Si on choisit l'antécédent $x = 1$

L'expression $f(x) = 2x + 3$ devient $f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$

Activité 2 : retrouver une expression algébrique

Les programmes de calcul des fonctions g , m et q ont été donnés à l'activité 1.
Retrouve leur expression algébrique :

$$g(x) = \dots\dots\dots \quad m(x) = \dots\dots\dots \quad q(x) = \dots\dots\dots$$

Activité 3 : utiliser une expression algébrique

Voici 3 nouvelles fonctions données par leur expression algébrique :

$$h(x) = 2x - 1 \quad n(x) = 0,5x + 1 \quad p(x) = -x + 1$$

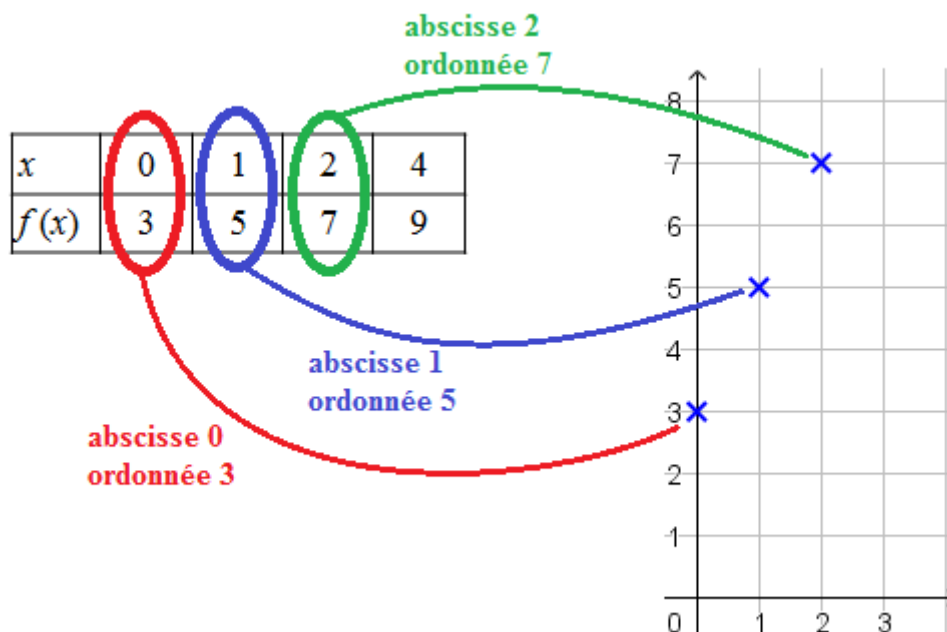
Choisi **l'une** de ces expressions algébriques.
Ecris son nom dans la deuxième ligne du tableau ci-contre.
Complète ensuite le tableau en effectuant les calculs correspondants.

x	0	1	2	4
$\dots(x)$				

Vérifications/correction des activités : regarde le haut de la page suivante, puis revient lire suite du cours ici.

III – Fonctions : le graphique

A partir d'un tableau de valeur d'une fonction, on peut construire son graphique :



Activité 4 : construire des graphiques

A partir des tableaux de valeur des fonctions, place les points sur le graphique et trace la représentation graphique des fonctions manquantes :

- si les points semblent alignés, trace (relie) à la règle.
- si les points ne sont pas alignés, trace (relie) à main levée sans faire d'angle.

N'oublie pas d'écrire le nom de la fonction et sa formule sur la courbe.

x	0	1	2	4
$g(x) = 2x + 1$	1	3	5	9

déjà tracée en **noir** sur le graphique.

x	0	1	2	4
$n(x) = 0,5x + 1$	1	1,5	2	3

a tracer en **bleu** sur le graphique

x	0	1	2	4
$h(x) = 2x - 1$	-1	1	3	7

déjà tracée en **noir** sur le graphique.

x	0	1	2	4
$p(x) = -x + 1$	1	0	-1	-3

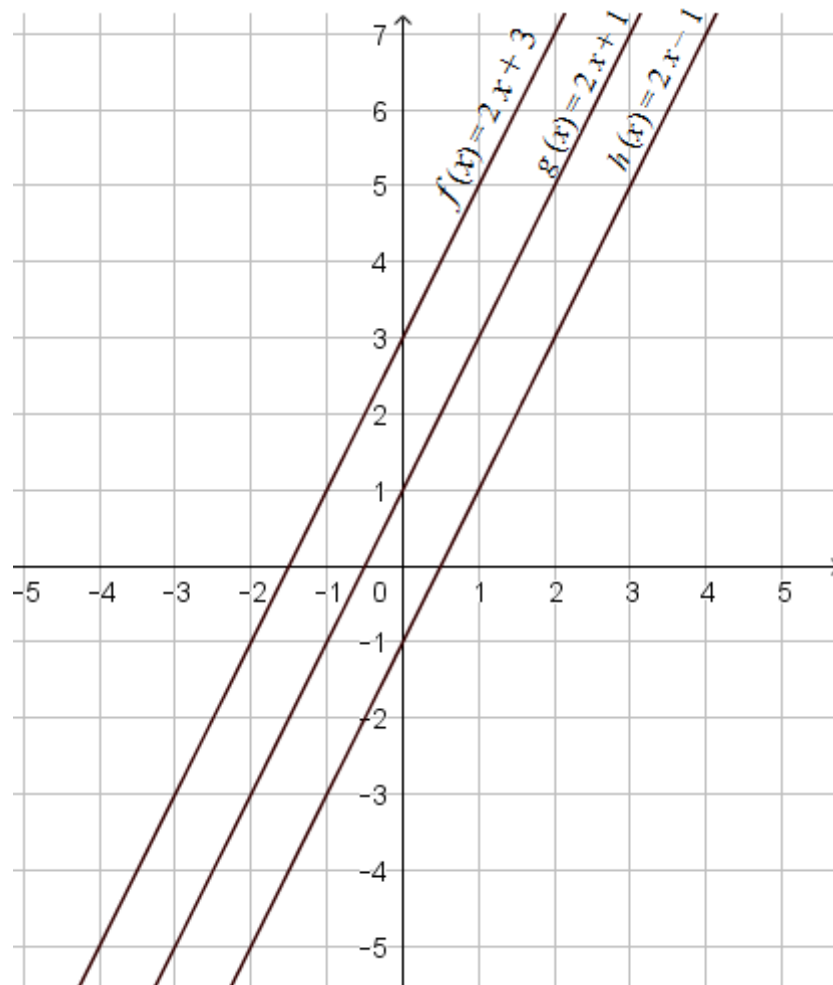
a tracer en **rouge** sur le graphique

x	0	1	2	4
$m(x) = 0,5x + 3$	3	3,5	4	5

a tracer en **bleu** sur le graphique

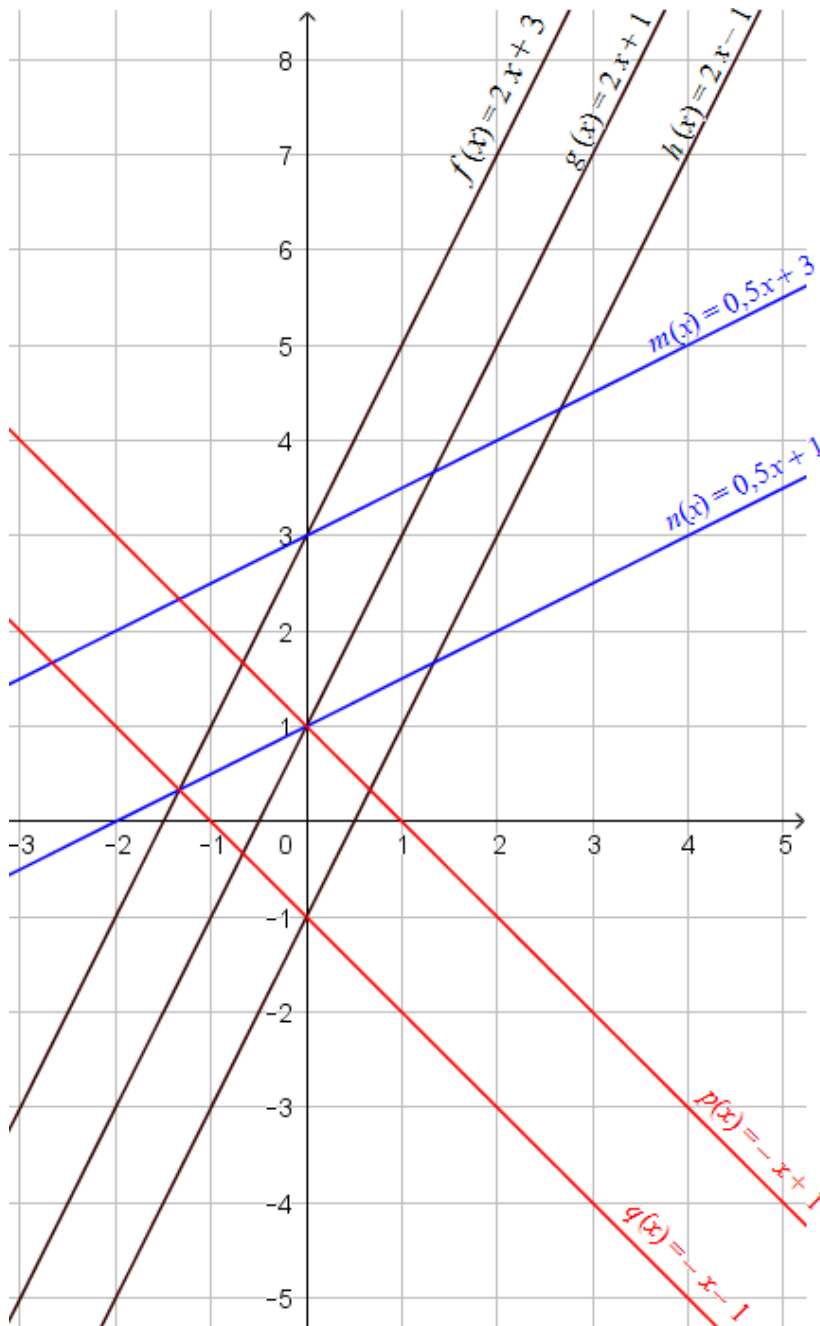
x	0	1	2	4
$q(x) = -x - 1$	-1	-2	-3	-5

a tracer en **rouge** sur le graphique



III – Fonctions affines

Voici la correction du graphique.



Remarque : toutes les représentations graphiques de ces fonctions sont des **DROITES**. On appelle ces fonctions des **FONCTIONS AFFINES**.

Leur programme de calcul ou leur expression algébrique ont toujours la même structure : à partir de l'antécédent, on multiplie par un nombre et on en ajoute un autre.

Activité 5 :

Sur ce graphique, regarde bien les formules des fonctions. Pour chacune, détermine le nombre qui multiplie x et le nombre qui est ensuite ajouté.

Vérifie ci-dessous.

fonction	multiplie par ...	on ajoute ...
$f(x) = 2x + 3$	2	3
$g(x) = 2x + 1$	2	1
$h(x) = 2x - 1$	2	-1
$m(x) = 0,5x + 3$	0,5	3
$n(x) = 0,5x + 1$	0,5	1
$p(x) = -x + 1$	-1	1
$q(x) = -x - 1$	-1	-1

Le nombre qui multiplie s'appelle (pour l'instant) le coefficient a .

Le nombre qui s'ajoute s'appelle (pour l'instant) le coefficient b .

A retenir : La représentation graphique d'une **fonction affine** est une **droite**.

L'expression algébrique d'une fonction affine est de la forme :

$$f(x) = x \times \text{coefficient } a + \text{coefficient } b.$$

$$\text{On notera plus simplement : } f(x) = ax + b$$

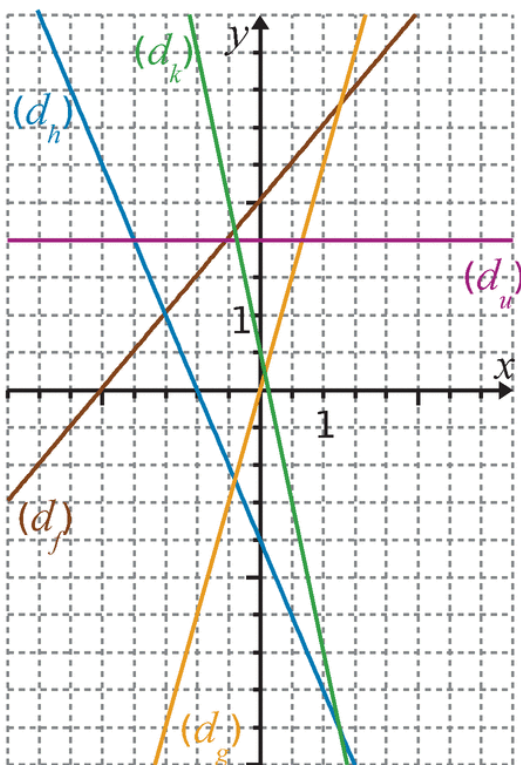
IV – Etude du coefficient a

On va étudier l'effet du coefficient a sur la représentation graphique d'une fonction affine. Garde ton graphique ou celui de la leçon pour répondre à ces questions.

- > Les fonctions f , g et h ont toutes les trois le même coefficient ... qui vaut
- > Les droites représentant les fonctions f , g et h semblent être
- > Les fonctions m et n ont toutes les deux le même coefficient qui vaut
- > Les droites représentant les fonctions m et n semblent être
- > Les fonctions p et q ont toutes les deux le même coefficient qui vaut
- > Les droites représentant les fonctions p et q semblent être

Propriété : le coefficient a donne la direction de la droite représentant la fonction. Plus ce coefficient est grand, plus la droite sera croissante (monte fort) Plus ce coefficient est petit, plus la droite sera décroissante : monte moins fort, elle peut même descendre si le coefficient devient négatif. Ce coefficient a qui donne la **direction** s'appelle le **coefficient directeur**.

Exercice 1 :



Sur le graphique ci-contre, on a représenté des fonctions affines f , g , h , k et u .

1) Pourquoi sait-on qu'il s'agit de fonctions affines ?

.....

2) Relie chaque fonction à son coefficient directeur :

- | | |
|-------|------|
| f ▪ | ▪ 3 |
| g ▪ | ▪ 1 |
| h ▪ | ▪ 0 |
| k ▪ | ▪ -2 |
| u ▪ | ▪ -3 |

V – Etude du coefficient b

On va étudier l'effet du coefficient b sur la représentation graphique d'une fonction affine. Garde ton graphique ou celui de la leçon pour répondre à ces questions.

- > Les fonctions f et m ont toutes les deux le même coefficient ... qui vaut
- > Les droites représentant les fonctions f et m passent toutes les deux par le point d'ordonnée

- > Les fonctions g , n et p ont toutes les trois le même coefficient qui vaut
- > Les droites représentant les fonctions g , n et p passent toutes les trois par le point d'ordonnée

- > Les fonctions et ont toutes les deux le même coefficient ... qui vaut -1
- > Les droites représentant les fonctions h et q passent toutes les deux par le point d'ordonnée

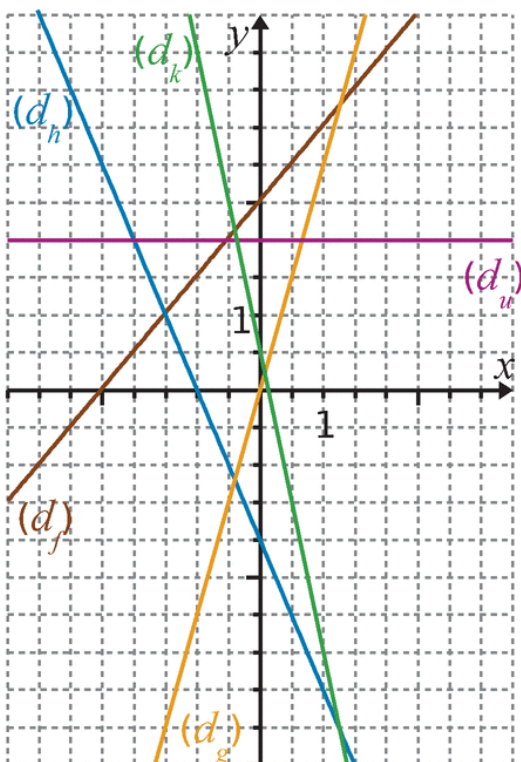
Propriété : le coefficient b donne le **point de croisement** de la droite représentant la fonction avec l'**axe des ordonnées**.

Plus ce coefficient est grand, plus la droite passe loin au dessus de l'origine (le point O au centre du repère).

Si ce coefficient est négatif, la droite passe sous l'origine.

Ce coefficient b qui donne la « hauteur » de la droite s'appelle l'**ordonnée l'origine**.

Exercice 2 :



Sur le graphique ci-contre, on a représenté des fonctions affines f , g , h , k et u .

1) Pourquoi sait-on qu'il s'agit de fonctions affines ?

2) Complète en lisant sur le graphique (attention à l'échelle !) :

Le coefficient b de la fonction f vaut

L'ordonnée à l'origine de la fonction g vaut

L'ordonnée à l'origine de la fonction h vaut

Le coefficient b de la fonction k vaut

L'ordonnée à l'origine de la fonction u vaut

Correction des exercices / questions dans la leçon

Activités 1, 2, 3, 4 et 5 corrigées dans la leçon.

Leçon IV

- > Les fonctions f , g et h ont toutes les trois le même coefficient a qui vaut **2**.
- > Les droites représentant les fonctions f , g et h semblent être **parallèles**.
- > Les fonctions m et n ont toutes les deux le même coefficient a qui vaut **0,5**.
- > Les droites représentant les fonctions m et n semblent être **parallèles**.
- > Les fonctions p et q ont toutes les deux le même coefficient a qui vaut **-1**.
- > Les droites représentant les fonctions p et q semblent être **parallèles**.

Exercice 1

1) Ce sont des fonctions affines car on a des droites.

2) $f : 1$; $g : 3$; $h : -2$; $k : -3$; $u : 0$

Leçon V

- > Les fonctions f et m ont toutes les deux le même coefficient b qui vaut **3**
- > Les droites représentant les fonctions f et m passent toutes les deux par le point d'ordonnée 3
- > Les fonctions g , n et p ont toutes les trois le même coefficient b qui vaut **1**
- > Les droites représentant les fonctions g , n et p passent toutes les trois par le point d'ordonnée 1
- > Les fonctions h et q ont toutes les deux le même coefficient b qui vaut **-1**
- > Les droites représentant les fonctions h et q passent toutes les deux par le point d'ordonnée -1

Exercice 2

1) Ce sont des fonctions affines car on a des droites.

2) $f : 2,5$; $g : 0$; $h : -2$; $k : 0,5$; $u : 2$

Exercice facultatif

Soit la fonction $f(x) = 0,25x + 2$

- 1) Quelle est le nom de ce type de fonction ? Donne les valeurs de ses coefficients.
- 2) Quelle forme aura la représentation graphique de cette fonction ?
- 3) Trace cette représentation graphique.

4) Reprends les questions 1) 2) et 3) avec la fonction $g(x) = 4 - x$