

Décomposition en produit de facteurs premiers

Pour un nombre donné, le décomposer en facteurs premiers consiste à « extraire » tous les diviseurs de ce nombre qui sont des facteurs premiers.

Propriété : tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : 60 se décompose en $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$. On notera $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
54 se décompose en $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$. On notera $54 = 2 \times 3^3$

Méthode : décomposition du nombre 4680.

On passe en revue les critères de divisibilité : par 2, par 5, par 3, ...

(Voici deux exemples de rédaction, utilisez celle qui vous convient le mieux)

Rédaction 1

Par 2 : $4680 = 2 \times 2340$

$$4680 = 2 \times 2 \times 1170$$

$$4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 585$$

Par 5 : $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 117$

Par 3 : $4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 39$

$$4680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 13$$

et 13 est un nombre premier.

Bilan : $4680 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

Rédaction 2

	diviseurs
4680	2
2340	2
1170	2
585	5
117	3
39	3
13	13
1	← fin

Bilan : $4680 = 2^3 \times 5 \times 3^2 \times 13$

→ Exercices 55 et 56 page 77

Application : Simplifier une fraction

Rappel : $\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$ on a simplifié la fraction $\frac{4}{6}$ pour obtenir $\frac{2}{3}$

Exemple plus complexe : simplifier la fraction $\frac{280}{448}$

on décompose : $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 5 \times 7$

$$448 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^6 \times 7$$

$$\text{d'où : } \frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$$

→ Exercice 58 page 77

Pour aller plus loin

Exercice 45 page 76 ; exercice 6 page 79