Propriété de Thalès et réciproque

Prérequis : le chapitre sur les agrandissements/réductions/triangles semblables

I - Propriété de Thalès

1°) Énoncé

Si deux droites sécantes (en vert sur la figure) sont coupées par deux droites parallèles (en rouge sur la figure), alors les deux triangles formés sont semblables (l'un est une réduction de l'autre).

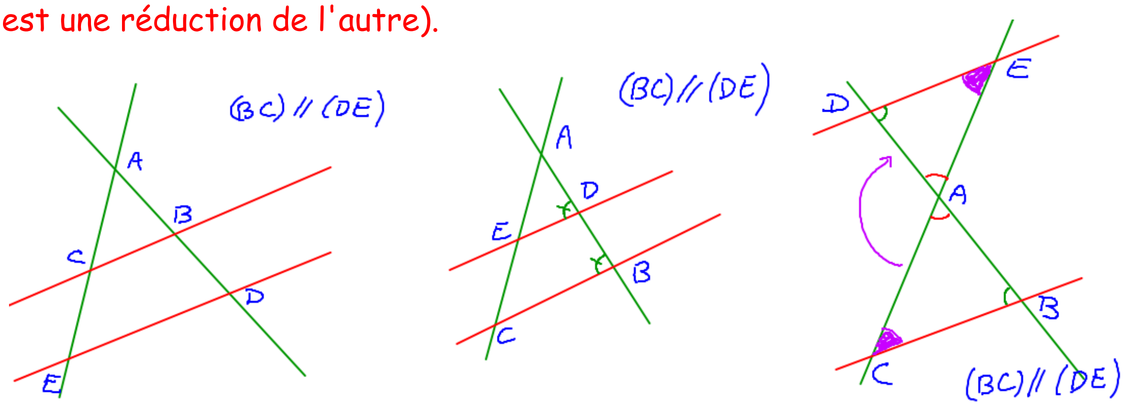


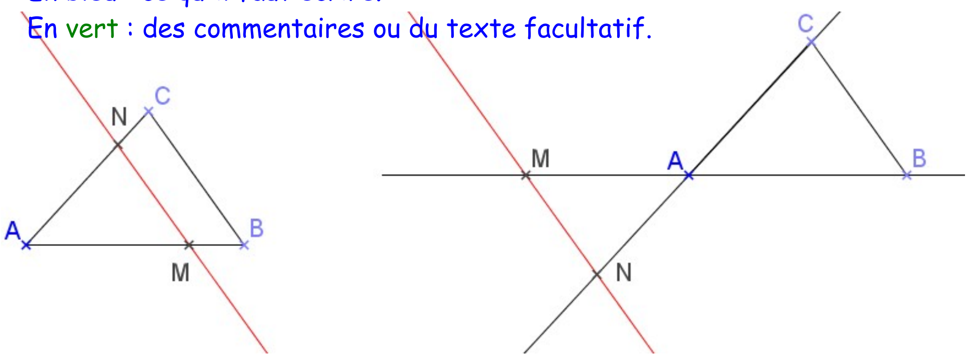
Fig 1 : ABC est une réduction de ADE
Fig 2 : ABC est un agrandissement de ADE
Fig 3 : ABC et ADE sont proportionnels, avec un retournement.

Dans tous ces cas $Echelle = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

→ Exercices 3 et 4 page 299

2°) Utilisation (apprendre par cœur cette rédaction)

En bleu : ce qu'il faut écrire.
En vert : des commentaires ou du texte facultatif.



AM = 6cm
AB = 8cm
BC = 6cm
(MN) // (BC)

Calculer MN.

Ce qui suit est valable pour les deux figures.

On sait que les droites sont parallèles : (MN) // (BC), et que les points A,M,B et A,N,C sont alignés dans le même ordre. (utile pour la réciproque)
D'après la propriété de Thalès, le triangle AMN est une réduction de ABC

Échelle = $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ on remplace $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{MN}{6}$

Si $\frac{6}{8}=\frac{MN}{6}$ alors 8 x MN = 6 x 6 (produit en croix)

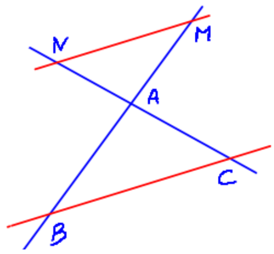
$$\frac{8\times MN}{8}=\frac{6\times 6}{8}$$ (on a divisé par 8 des deux côtés)

MN = $\frac{6\times 6}{8}$ = 4,5 cm.

→ Exercices 6, 10, 13 pages 299-300

III – Réciproque de la propriété de Thalès

La réciproque va utiliser des longueurs pour prouver que deux droites sont parallèles.
Voici comment rédiger (apprendre par cœur cette rédaction) :



Dans cette figure, on donne AN = 6 cm AM = 8 cm
AB = 12 cm AC = 9 cm

On veut savoir si (MN) et (BC) sont parallèles.

En bleu le texte obligatoire. En vert des commentaires ou des explications.

Si les droites étaient parallèles, on écrirait $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$. Vérifions cette égalité.

Attention à bien séparer les calculs.

D'une part :	D'autre part :
$\frac{AM}{AB}=\frac{8}{12}=\frac{4\times 2}{4\times 3}=\frac{2}{3}$	$\frac{AN}{AC}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

On a $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ avec les points A,M,B et A,N,C alignés dans le même ordre (l'ordre est important, se souvenir des figures au tableau).

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,
les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Et si les fractions sont différentes ?

On dit qu'on utilise alors la contraposée de la propriété. La rédaction est la même et la conclusion est que les droites ne sont pas parallèles (elles sont sécantes).

→ Exercices 15, 16 et 17 page 300

→ Exercice 4 page 304

Pour aller plus loin :

→ Exercices 2, 6 page 304 et 18 page 307