

I – Fonctions affines : expression algébrique

L'expression algébrique d'une fonction affine est de la forme

$$f(x) = m \times x + p \quad \text{c'est à dire} \quad f(x) = m x + p$$

Ce qui correspond au programme de calcul suivant :

Choisir un antécédent x

Le multiplier par un nombre m

Ajouter un nombre p

Écrire le résultat.

Cas particuliers :

- si le coefficient m est nul ($m = 0$), la fonction affine s'appelle une fonction constante.
- si le coefficient p est nul ($p = 0$), la fonction affine s'appelle une **fonction linéaire** : on est dans une situation de **proportionnalité**.

Remarque : les fonctions constantes et les fonctions linéaires sont des fonctions affines.

II – Fonction affine = droite

Propriété : Une fonction affine est une fonction dont la représentation graphique est une droite. Dans l'expression algébrique $f(x) = m \times x + p$

- p s'appelle **l'ordonnée à l'origine** (c'est l'image de 0). C'est sur cette graduation que la droite coupe l'axe des ordonnées.
- m s'appelle le **coefficient directeur**. C'est la proportion dans laquelle varient les images en fonction des antécédents.

Exemple sur le graphique ci-contre :

La fonction affine est représentée par la droite bleue.

> la droite passe 1 unité au dessus de l'origine. Donc l'ordonnée à l'origine $p = 1$.

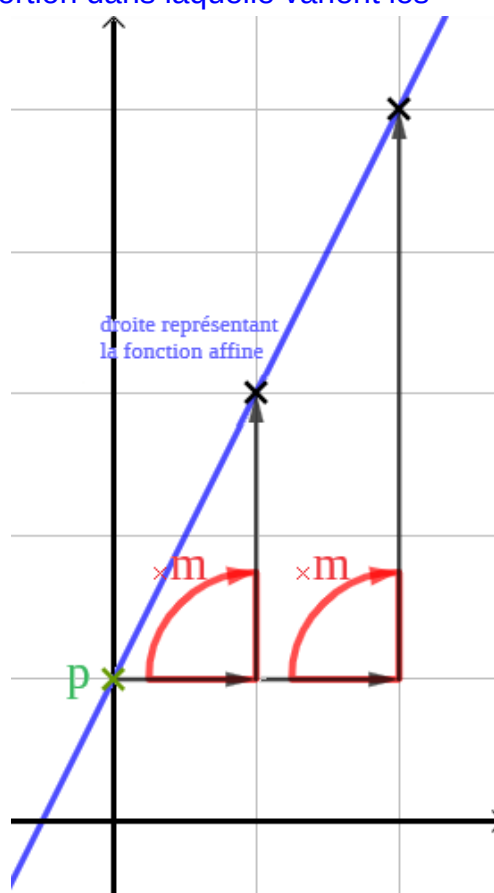
> En partant d'un point de la droite, si j'avance de 1, je dois remonter de 1×2 pour revenir sur la droite.

si j'avance de 2, je dois remonter de 2×2 pour revenir sur la droite.

Le coefficient directeur est donc $m = 2$.

La fonction de cet exemple est donc :

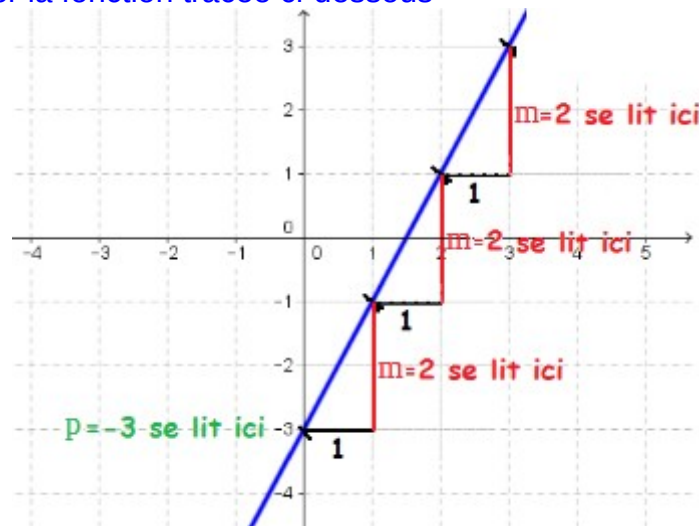
$$f(x) = 2x + 1$$



Cas particuliers :

- si le coefficient directeur est nul ($m = 0$), la fonction affine s'appelle une fonction constante. Sa représentation graphique est une droite horizontale.
- si l'ordonnée à l'origine est nulle ($p = 0$), la fonction affine s'appelle une **fonction linéaire** : on est dans une situation de **proportionnalité**. La courbe est une **droite passant par l'origine**.

Exercice : déterminer la fonction tracée ci-dessous



- on passe par la graduation -3 sur l'axe des ordonnées donc $p = -3$
- en partant d'un point de la droite et en avançant de 1 carreau, il faut monter de 1×2 carreaux pour revenir sur la droite. Donc $m = 2$.

C'est donc le tracé de la fonction $f(x) = 2x - 3$

III – Calculer un antécédent

Par une fonction affine non constante, tout nombre a un unique antécédent. On le retrouve en résolvant une équation.

Exemple : calculer l'antécédent de 23 par la fonction $f(x) = 2x - 3$:

On cherche x tel que $f(x) = 23$, c'est à dire qu'on veut $2x - 3 = 23$

$$2x - 3 = 23$$

$$2x - 3 + 3 = 23 + 3$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{26}{2}$$

$$x = 13$$

L'antécédent de 23 par la fonction f est 13.

Vérification :

$$f(13) = 2 \cdot 13 - 3 = 26 - 3 = 23.$$