

## Propriété de Thalès et réciproque

Prérequis : le chapitre sur les agrandissements/réductions/triangles semblables

### I - Propriété de Thalès

#### 1°) Énoncé

Si deux droites sécantes (en vert sur la figure) sont coupées par deux droites parallèles (en rouge sur la figure), alors les deux triangles formés sont semblables (l'un est une réduction de l'autre).

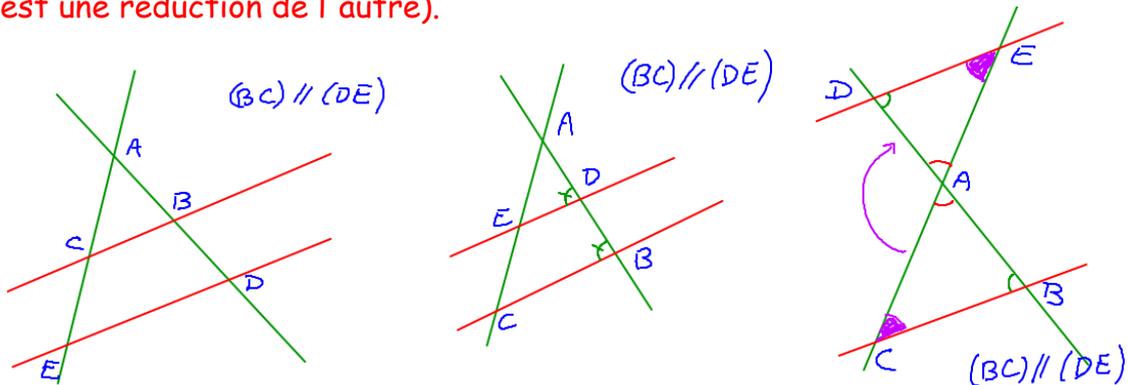


Fig 1 : ABC est une réduction de ADE

Fig 2 : ABC est un agrandissement de ADE

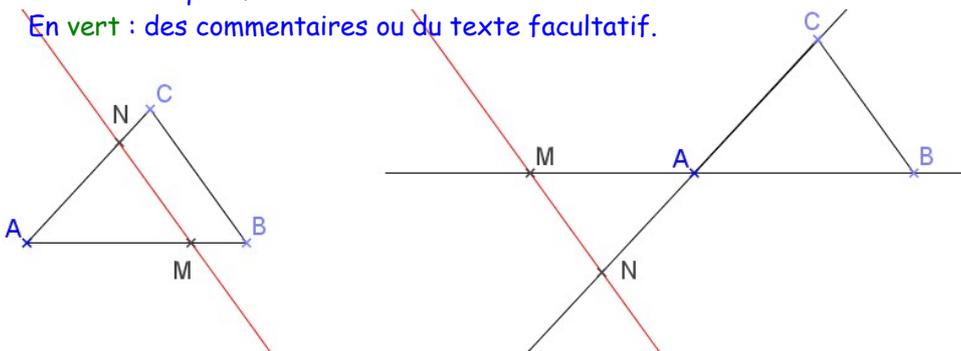
Fig 3 : ABC et ADE sont proportionnels, avec un retournement.

$$\text{Dans tous ces cas } Echelle = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

#### 2°) Utilisation (apprendre par cœur cette rédaction)

En bleu : ce qu'il faut écrire.

En vert : des commentaires ou du texte facultatif.



AM = 6cm  
AB = 8cm  
BC = 6cm  
(MN) // (BC)

Calculer MN.

Ce qui suit est valable pour les deux figures.

On sait que les droites sont parallèles : (MN) // (BC), et que les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre. (utile pour la réciproque)

D'après la propriété de Thalès, le triangle AMN est une réduction de ABC

$$\text{Échelle} = \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \quad \text{on remplace} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{MN}{6}$$

Si  $\frac{6}{8} = \frac{MN}{6}$  alors  $8 \times MN = 6 \times 6$  (produit en croix)

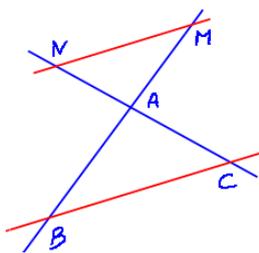
$$\frac{8 \times MN}{8} = \frac{6 \times 6}{8} \quad (\text{on a divisé par 8 des deux côtés})$$

$$MN = \frac{6 \times 6}{8} = 4,5 \text{ cm.}$$

### III - Réciproque de la propriété de Thalès

La réciproque va utiliser des longueurs pour prouver que deux droites sont parallèles.

Voici comment rédiger (apprendre par cœur cette rédaction) :



Dans cette figure, on donne  $AN = 6 \text{ cm}$   $AM = 8 \text{ cm}$   
 $AB = 12 \text{ cm}$   $AC = 9 \text{ cm}$

On veut savoir si (MN) et (BC) sont parallèles.

En bleu le texte obligatoire. En vert des commentaires ou des explications.

Si les droites étaient parallèles, on écrirait  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$  . Vérifions cette égalité.

Attention à bien séparer les calculs.

D'une part :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3}$$

D'autre part :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

On a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  avec les points A,M,B et A,N,C alignés dans le même ordre (l'ordre est important, se souvenir des figures au tableau).

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,  
les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

### Et si les fractions sont différentes ?

On dit qu'on utilise alors la contraposée de la propriété. La rédaction est la même et la conclusion est que les droites ne sont pas parallèles (elles sont sécantes).