

Les bases du calcul littéral

La longueur d'un cercle (son périmètre) dépend de son rayon. Cependant, une fois le rayon connu, le calcul est toujours le même.

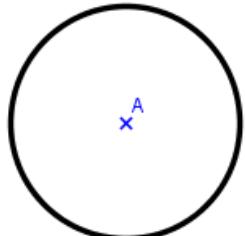
On peut écrire ce calcul comme une formule, une **expression**, dans laquelle on utilise des lettres pour représenter les nombres qui manquent. Ces lettres s'appellent des **inconnues** ou des **variables**.

Le calcul littéral, c'est l'art de manipuler des expressions (des formules mathématiques) afin de les simplifier ou de mieux les utiliser.

I - Formulaire de géométrie

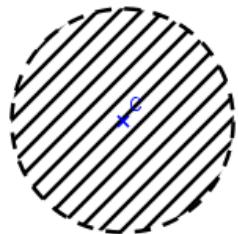
Rappel : - un périmètre est une longueur, on compte des 

- une aire est une surface, on compte des 



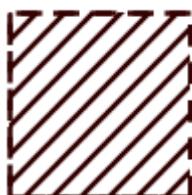
Périmètre du cercle :

$$\begin{aligned} \text{Périmètre} &= 2 \times \pi \times \text{rayon} \\ P &= 2 \times \pi \times r \end{aligned} \quad (\pi \approx 3,14 \text{ est une constante})$$



Surface du disque :

$$\begin{aligned} \text{Aire} &= \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} = \pi \times \text{rayon}^2 \\ A &= \pi \times r \times r = \pi \times r^2 \end{aligned}$$



Surface du rectangle :

$$\begin{aligned} \text{Aire} &= \text{Longueur} \times \text{largeur} \\ A &= L \times l \end{aligned}$$

Surface du carré :

$$\begin{aligned} \text{Aire} &= \text{côté} \times \text{côté} = \text{côté}^2 \\ A &= c \times c = c^2 \end{aligned}$$

Remarque : on peut donc écrire le périmètre d'un cercle **en fonction du rayon**. On peut écrire la surface d'un rectangle **en fonction des dimensions**.

II - Manipulation d'une expression littéral

1°) Simplification d'écriture

On peut ne pas écrire le signe \times devant les lettres et devant les parenthèses. Mais la multiplication est toujours là !

$3 \times x$ s'écrira donc $3x$ et signifie toujours 3 multiplié par x

$3 \times (2+y)$ s'écrira $3(2+y)$

$3 \times a \times b$ s'écrira $3ab$

Remarques :

- > x représente le terme qui contient 1 x , c'est à dire que $x = 1 \times x$
- > $x+x=2x$ à ne pas confondre avec $x \times x=x^2$

2°) Évaluer une expression

Afin d'évaluer une expression pour certaines valeurs des variables (les lettres), il faut remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut alors réécrire toutes les multiplications. Il est conseillé d'écrire les nombres négatifs avec des parenthèses.

■ Énoncé

Calcule l'expression $A = 5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$.

Correction

$$\begin{aligned} A &= 5x(y + 2) \\ A &= 5 \times x \times (y + 2) \\ A &= 5 \times 3 \times (4 + 2) \\ A &= 15 \times 6 \\ A &= 90 \end{aligned}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression $G = x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.

Correction

$$\begin{aligned} G &= x^3 + 3x^2 - x \\ G &= (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - (-4) \\ G &= -64 + 3 \times 16 + 4 \\ G &= -60 + 48 \\ G &= -12 \end{aligned}$$

3°) Réduire une expression

Réduire consiste à regrouper « ce qui compte les mêmes choses »

$$3x+5x=8x$$

$3x+5y$ ne se réduit pas car on ne compte pas la même « chose »

$3x^2+5x$ ne se réduit pas

$3x+5$ ne se réduit pas

Remarque : il s'agit en fait d'une factorisation (voir chapitre sur la factorisation).

Exemple : on veut réduire l'expression :

$$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$$

Ce qui donne (ne pas copier cette parenthèse, bien respecter les couleurs en recopiant) :

$$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$$

$$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$$

$$G = 3x^2 + 5x - 1$$